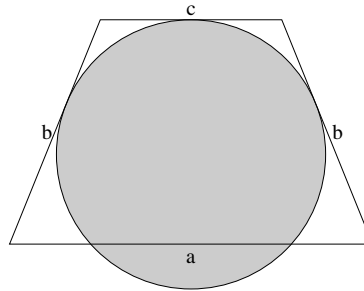


Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

- (a) Zadan je trapez s osnovicama $a = 6 \pm 0.05$ i $c = 3 \pm 0.05$ i bačnim stranicama duljine $b = 4 \pm 0.05$. Kolika je pogreška pri računanju radijusa kružnice koja iznutra dodiruje tri stranice tog trapeza (kao na slici)?



- (b) Za koliko znamenki tog radijusa možemo reći da je signifikantno?

Zadatak 2. [20 bodova]

Izračunajte kubični interpolacijski spline koji interpolira funkciju $f: [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2+5x}{(x+2)(x-6)}$ u točkama $x_0 = 1, x_1 = 2, x_2 = 3$.

Hornerovim algoritmom izračunajte vrijednost interpolacijskog splinea u točki $\tilde{x} = 2.5$.

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f: [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(|x-1|+1)$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 (težinska funkcija neka bude $\omega(x) \equiv 1$).

Zadatak 4. [20 bodova]

Traži se najmanja udaljenost između točke $(2, 1)$ i funkcije $f(x) = \frac{1}{e^{x-1}}$. Postavite funkciju čiji minimum je rješenje tog problema, pronađite interval na kojem su ispunjeni uvjeti teorema za konvergenciju Newtonove metode minimizacije i provedite dva koraka Newtonove metode.

Zadatak 5. [20 bodova]

- (a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0, 2]$, tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_0^2 \frac{x}{e^{x^3}} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$?
- (b) Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_0^2 \frac{x}{e^{x^3}} dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$.