

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
09. rujna 2014.

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

U jednakokrani trokut duljine osnovice $a = 6 \pm 0.005$ s krakovima duljine $b = 18 \pm 0.005$ upisan je krug. Ocijenite pogrešku pri računanju površine upisanog kruga (za π uzmite da je 3.1415 bez pogreške).

Zadatak 2. [20 bodova]

Poznat je interpolacijski polinom $P_2(x) = -3x^2 + 4x + 5$, koji prolazi točkama $T_0 = (-1, -2)$, $T_1 = (0, 5)$, $T_2 = (3, -10)$.

Koristeći to, odredite interpolacijski polinom P_3 koji prolazi točkama T_0, T_1, T_2 i $T_3 = (4, 0)$ (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = |x|$ na $[-1, 1]$ uz težinsku funkciju $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 .

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{2x} + 3x + 2$. Provjerite ispunjava li funkcija uvjete konvergencije metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i nađite aproksimaciju uz točnost 0.0005.

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0, 0.5]$ tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_0^{0.5} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ s točnošću $\epsilon = 0.00005$?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_0^{0.5} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}$ s točnošću $\epsilon = 0.00005$.