

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
24. lipnja 2015.

### Pismeni ispit iz Numeričke matematike

#### Zadatak 1. [20 bodova]

Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ -4 & 4 & -12 & 8 \\ -3 & -2 & 1 & 6 \end{bmatrix}.$$

Odredite LU-dekompoziciju matrice  $A$ . Riješite sustav  $Ax = b$ , gdje je  $b = [2, 5, -4, 2]^T$ .

#### Zadatak 2. [20 bodova]

Koristeći činjenicu da polinom  $P_2(x) = -3x^2 + 4x + 5$  prolazi točkama  $T_0 = (-1, -2)$ ,  $T_1 = (0, 5)$ ,  $T_2 = (3, -10)$  odredite interpolacijski polinom koji prolazi točkama  $T_0, T_1, T_2$  i  $T_3 = (4, 0)$ . Direktna primjena Lagrangeovog ili Newtonovog oblika interpolacijskog polinoma neće se priznati.

#### Zadatak 3. [20 bodova]

Pokažite da je sustav funkcija  $\varphi_i(x) = \cos ix$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ , ortogonalan na  $[0, \pi]$  uz težinsku funkciju  $w(x) = 1$  i da je

$$\|\varphi_0\| = \sqrt{\pi}, \quad \|\varphi_i\| = \sqrt{\frac{\pi}{2}}, \quad i = 1, \dots, n.$$

#### Zadatak 4. [20 bodova]

Provjerite ispunjava li funkcija  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x \ln x - \frac{2}{3} \cos x$  uvjete teorema o konvergenciji Newtonove metode. Ako zadovoljava, odredite početnu aproksimaciju i nađite odgovarajuću aproksimaciju nultočke uz  $\epsilon = 0.005$ .

#### Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval  $[0, \frac{\pi}{2}]$  tako da primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 x} dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.0005$ ?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \frac{3}{4} \sin^2 x} dx$  s točnošću  $\epsilon = 0.0005$ .