

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
29. lipnja 2018.

Pismeni ispit iz Numeričke matematike/Numeričke analize

Zadatak 1. [20 bodova]

(a) Napišite formulu za procjenu apsolutnih pogrešaka Δx_i^* nezavisnih varijabli funkcije $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ „po principu jednakih efekata”.

(b) U jednakokrani trokut duljine osnovice $a = 6 \pm 0.005$ s krakovima duljine $b = 18 \pm 0.005$ upisan je krug. Ocijenite apsolutnu pogrešku pri računanju površine upisanog kruga (za π uzmite da je 3.1415 bez pogreške).

Zadatak 2. [20 bodova]

(a) Napišite Fourierov polinom i Fourierove koeficijente funkcije $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$.

(b) Odredite Fourierov polinom trećeg stupnja za funkciju $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2 + |4x|$.

Zadatak 3. [20 bodova]

(a) Iskažite teorem o pogreški interpolacijskog polinoma.

(b) Odredite interpolacijski polinom koji interpolira funkciju $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x - 1/2| - 1$ u točkama koje su nultočke Čebiševljevog polinoma 4. stupnja.

Zadatak 4. [20 bodova]

(a) Kako se definira problem najmanjih kvadrata? Koje metode poznajete za rješavanje linearnog, a koje za rješavanje nelinearnog problema najmanjih kvadrata?

(b) Odredite parametre model-funkcije $f(x; a, b) = \alpha x^2 + \beta x^3$ koja u smislu najmanjih kvadrata prolazi što bliže točkama $T_1 = (1, 1)$, $T_2 = (0, 0)$, $T_3 = (3, 26)$, $T_4 = (4, 45)$.

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Napišite izraz za određivanje broja podintervala primjenom trapeznog pravila uz zadanu točnost ϵ .

(b) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[0.2, 1]$ tako da primjenom generaliziranog trapeznog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_{0.2}^1 (\sin t - \ln t + e^t) dt$ s točnošću $\epsilon = 0.05$?

(c) Primjenom generaliziranog trapeznog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_{0.2}^1 (\sin t - \ln t + e^t) dt$ s točnošću $\epsilon = 0.05$.