

Pismeni ispit iz Numeričke matematike

Zadatak 1. [20 bodova]

Neka je $a = 3.756 \pm 0.005$ duljina brida baze i $b = 7.217 \pm 0.005$ duljina bočnog brida pravilne trostrane piramide. Odredite apsolutnu i relativnu pogrešku pri izračunavanju oplošja te piramide.

Zadatak 2. [20 bodova]

Poznat je interpolacijski polinom $P_2(x) = -x^2 + 5x - 2$, koji prolazi točkama $T_0 = (-1, -8)$, $T_1 = (0, -2)$, $T_2 = (2, 4)$.

Koristeći to, odredite interpolacijski polinom P_3 koji prolazi točkama T_0, T_1, T_2 i $T_3 = (1, 1)$ (računanje interpolacijskog polinoma ispočetka se neće bodovati!).

Zadatak 3. [20 bodova]

Odredite najbolju L_2 aproksimaciju funkcije $f(x) = |x|$ na $[-1, 1]$ uz težinsku funkciju $\omega(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ na potprostoru svih polinoma stupnja ≤ 2 .

Zadatak 4. [20 bodova]

Primjenom Newtonove metode treba odrediti nultočku funkcije $f : [2, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x \sin x + \frac{7}{3} \cos x$. Provjerite ispunjava li funkcija uvjete konvergencije metode. Ako zadovoljava, odredite početnu točku i nadite aproksimaciju uz točnost 0.005.

Zadatak 5. [20 bodova]

(a) Na koliko dijelova treba podijeliti interval $[2, 3]$ tako da primjenom generaliziranog Simsonovog pravila dobijemo približnu vrijednost integrala $\int_2^3 (x^2 + 1) \ln x dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$?

(b) Primjenom generaliziranog Simpsonovog pravila izračunajte približnu vrijednost integrala $\int_2^3 (x^2 + 1) \ln x dx$ s točnošću $\epsilon = 0.05$.