

**STATISTIKA**  
PRVI KOLOKVIJ

**PITANJE 1:** [25 bodova]

Definirajte potpunost statistike i minimalnu dovoljnost statistike. Navedite i dokažite rezultate koji su vam poznati, a govore o minimalnoj dovoljnosti i potpunosti u eksponencijalnim klasama.

**PITANJE 2:** [25 bodova]

Rao-Cramer donja granica i efikasnost procjenitelja.

**ZADATAK 1:** [3+5+7+6+4=25 bodova]

Neka je  $(X_1, \dots, X_n)$  jednostavan slučajni uzorak iz populacije s funkcijom gustoće

$$f(x; \lambda) = \frac{1}{6\lambda^4} x^3 e^{-\frac{x}{\lambda}} \mathbb{1}_{(0, \infty)}(x).$$

- (a) Pripada li jednostavan slučajni uzorak iz ove distribucije eksponencijalnoj familiji?
- (b) Odredite nepristran procjenitelj za parametar  $4\lambda$ .
- (c) Odredite Fisherovu informaciju uzorka za parametar  $\lambda$ !
- (d) Je li nepristrani procjenitelj iz (b) efikasan za parametar  $4\lambda$ ?
- (e) Ispitajte konzistentnost tog procjenitelja!

**ZADATAK 2:** [3+10+5+7=25 bodova]

Neka je

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\alpha} \mathbb{1}_{(4, 4+\theta)}(x).$$

- (a) Odredite parametar  $\alpha$  tako da funkcija  $f$  bude funkcija gustoće.
- (b) Za tako definiranu funkciju gustoće i pripadni jednostavan slučajni uzorak  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  pronađite dovoljnu statistiku. Je li potpuna?
- (c) Je li  $X_{(n)}$  nepristran procjenitelj za parametar  $\theta$ ? Ukoliko nije, popravite ga do nepristranosti!
- (d) Pronađite UMVU procjenitelj.