

UVOD U VJEROJATNOST I STATISTIKU

ISPITNI ROK 18.2.2021.

ZADATAK 1: [20 bodova]

Neka je (Ω, \mathcal{F}, P) vjerojatnosni prostor i $A_1, A_2, A_3 \in \mathcal{F}$ za koje vrijedi da ako se istovremeno realiziraju A_1 i A_2 , tada se nužno realizirao i A_3 . Dokažite da tada vrijedi

$$P(A_3) \geq P(A_1) + P(A_2) - 1.$$

ZADATAK 2: [20 bodova]

Neka su x i y slučajno odabrani brojevi iz segmenta $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da vrijedi $y \geq 4(x - 1/2)^2$ i $y \leq -4(x - 1/2)^2 + 1$

ZADATAK 3: [20 bodova]

Neka je $X \sim \mathcal{N}(5, 4)$. Odredite funkciju gustoće i očekivanje slučajne varijable $Y = |X - 5|$.

ZADATAK 4: [20 bodova]

Neka je X slučajna varijabla sa slikom $\mathcal{R}(X) = \{(k - 1)^2, k \in \mathbb{N}\}$ i pripadnim nizom vjerojatnosti

$$P(X = (k - 1)^2) = \frac{2^{-k}}{k \ln 2}, \quad k \in \mathbb{N}.$$

Odredite očekivanje slučajne varijable X .

ZADATAK 5: [20 bodova]

Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja simetrične igraće kockice dva puta za redom. Neka je (X, Y) slučajan vektor u kojem X predstavlja broj realiziranih prostih, a Y broj realiziranih parnih brojeva prilikom bacanja kockice. Odredite distribuciju i marginalne distribucije slučajnog vektora (X, Y) , uvjetnu distribuciju slučajne varijable X uz uvjet $\{Y = 1\}$ te odredite koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$.
