

UVOD U VJEROJATNOST I STATISTIKU

ISPITNI ROK 14.6.2021.

ZADATAK 1: [20 bodova]

Neka je (Ω, \mathcal{F}, P) vjerojatnosni prostor i $A, B, \in \mathcal{F}$ t.d. je $P(A \cup B) = 3/4$, $P(A \cap B) = 1/2$. Dokažite da tada vrijedi

$$P(A \setminus B) \cdot P(B \setminus A) \leq \frac{1}{64}.$$

ZADATAK 2: [20 bodova]

Neka su a i b slučajno odabrani brojevi iz segmenta $[0, 1]$. Kolika je vjerojatnost da jednačba

$$x^4 + ax^2 + b = 0$$

ima četiri čisto kompleksna rješenja ($\operatorname{Im}(x) \neq 0$)?

ZADATAK 3: [20 bodova]

Neka je X neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^{a+1}} & , x \geq 1 \\ 0 & , x < 1 \end{cases}, a > 0.$$

Odredite funkciju gustoće i peti moment slučajne varijable $Y = \ln X$.

ZADATAK 4: [20 bodova]

Pretpostavimo da broj posjetitelja muzeju u jednom danu možemo modelirati Poissonovom distribucijom s parametrom 1. Ukoliko ulaznica za posjetitelja muzeja iznosi 20 kn, a muzej prva dva posjetitelja u danu nagradi besplatnom ulaznicom, odredite distribuciju dnevne zarade muzeja te očekivanu vrijednost dnevne zarade!

ZADATAK 5: [20 bodova]

Neka su dane dvije nezavisne slučajne varijable X i Y . Djelomična tablica distribucije slučajnog vektora (X, Y) dana je sa:

$X Y$	-1	0	1	
1	0.05	0.1	p_{13}	p_1
2	p_{22}	0.2	p_{23}	p_2
3	p_{31}	0.1	0.1	p_3
	q_1	q_2	q_3	

Ukoliko je moguće, odredite preostale komponente tablice distribucije i koeficijent korelacije slučajnih varijabli X i Y .