

DRUGI KOLOKVIJ IZ UVODA U VJEROJATNOST I STATISTIKU - A grupa

Zadatak 1. [2 boda + 1 bod + 2 boda]

- Definirajte funkciju distribucije neprekidne slučajne varijable.
- Neka je (X, Y) diskretan slučajan vektor na vjerojatnosnom prostoru (Ω, \mathcal{F}, P) . Kada kažemo da su slučajne varijable X i Y korelirane?
- Navedite dva svojstva matematičkog očekivanja slučajne varijable X .

Zadatak 2. [4 boda + 6 boda]

Pravilna igračka kockica baca se 72 puta zaredom. Neka slučajna varijable X modelira broj pojavljivanja dvojki.

- Odredite distribuciju slučajne varijable X .
- Izračunajte $P(|X - 12| \geq 2\sqrt{10})$. Istu vjerojatnost ocijenite Čebiševljevom nejednakošću.

Zadatak 3. [4 boda + 3 boda]

Pretpostavimo da tri strijelca nezavisno jedan od drugoga gađaju metu s vjerojatnošću pogotka $p_n = 0.1n + 0.3$, $n \in \{1, 2, 3\}$. Odredite distribuciju i matematičko očekivanje slučajne varijable kojom je modeliran ukupan broj pogodaka mete.

Zadatak 4. [4 boda + 4 boda]

Neka je $X \sim \mathcal{U}(a, b)$. Ako je $E[X] = 4$, $\sigma_X = 2\sqrt{3}$ odredite:

- vrijednost parametara a i b
- treći moment slučajne varijable X .

Zadatak 5. [5 boda + 5 boda]

Neka je X neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Odredite funkciju gustoće i funkciju distribucije slučajne varijable $Y = 1/X$.

Zadatak 6. [4 boda + 2 boda + 2 boda + 2 boda]

Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja dvije pravilne igraće kockice. Pri tome na prvoj kockici strane na kojima se nalaze neparni brojevi su obojani zeleno, a strane na kojima se nalaze parni brojevi su obojani žuto. Na drugoj kockici strane na kojima se nalaze neparni brojevi su obojani žuto, a strane na kojima se nalaze parni brojevi su obojani zeleno. Neka slučajna varijabla X modelira broj neparnih brojeva koji padnu nakon izvođenja pokusa, a slučajna varijabla Y broj pojavljivanja zelene boje nakon izvođenja pokusa. Odredite distribuciju slučajnog vektora (X, Y) i pripadne marginalne distribucije. Odredite koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$. Jesu li slučajne varijable X i Y korelirane (obrazložite)?

DRUGI KOLOKVIJ IZ UVODA U VJEROJATNOST I STATISTIKU - B grupa

Zadatak 1. [2 boda + 1 bod + 2 boda]

- Definirajte funkciju distribucije diskretne slučajne varijable.
- Neka je (X, Y) diskretan slučajan vektor na vjerojatnosnom prostoru (Ω, \mathcal{F}, P) . Kada kažemo da su slučajne varijable X i Y nezavisne?
- Navedite dva svojstva varijance slučajne varijable X .

Zadatak 2. [4 boda + 6 boda]

Pravilna igračka kockica baca se 36 puta zaredom. Neka slučajna varijable X modelira broj pojavljivanja jedinica.

- Odredite distribuciju slučajne varijable X .
- Izračunajte $P(|X - 6| \geq 2\sqrt{5})$. Istu vjerojatnost ocijenite Čebiševljevom nejednakošću.

Zadatak 3. [4 boda + 3 boda]

Pretpostavimo da tri strijelca nezavisno jedan od drugoga gađaju metu s vjerojatnošću pogotka $p_n = 0.4 + 0.1n$, $n \in \{1, 2, 3\}$. Odredite distribuciju i matematičko očekivanje slučajne varijable kojom je modeliran ukupan broj pogodaka mete.

Zadatak 4. [4 boda + 4 boda]

Neka je $X \sim \mathcal{U}(c, d)$. Ako je $E[X] = 2$, $\sigma_X = \sqrt{3}$ odredite:

- vrijednost parametara c i d
- treći moment slučajne varijable X .

Zadatak 5. [5 boda + 5 boda]

Neka je X neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Odredite funkciju gustoće i funkciju distribucije slučajne varijable $Y = X^2$.

Zadatak 6. [4 boda + 2 boda + 2 boda + 2 boda]

Promotrimo slučajan pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja dvije pravilne igraće kockice. Pri tome na prvoj kockici strane na kojima se nalaze neparni brojevi su obojani plavo, a strane na kojima se nalaze parni brojevi su obojani crveno. Na drugoj kockici strane na kojima se nalaze neparni brojevi su obojani crveno, a strane na kojima se nalaze parni brojevi su obojani plavo. Neka slučajna varijabla X modelira broj parnih brojeva koji padnu nakon izvođenja pokusa, a slučajna varijabla Y broj pojavljivanja crvene boje nakon izvođenja pokusa. Odredite distribuciju slučajnog vektora (X, Y) i pripadne marginalne distribucije. Odredite koeficijent korelacije $\rho_{X,Y}$. Jesu li slučajne varijable X i Y korelirane (obrazložite)?