

DRUGI KOLOKVIJ IZ UVODA U VJEROJATNOST I STATISTIKU

Zadatak 1. [2 bod + 2 boda + 1 boda]

- Definirajte funkciju distribucije neprekidne slučajne varijable  $X$ .
- Definirajte očekivanje diskretne slučajne varijable  $X$ . Koristeći prethodnu definiciju pokažite da vrijedi  $E[aX + b] = aE[X] + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ .
- Neka je  $(X, Y)$  diskretan slučajni vektor na vjerojatnosnom prostoru  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ . Kada kažemo da su slučajne varijable  $X$  i  $Y$  nezavisne?

Zadatak 2. [5 boda + 4 boda]

Početni ulog u jednoj igri na sreću je 50 kn. Igra na sreću sastoji se od uzastopnog bacanja pravilno izrađene kockice dok se ne pojavi broj četiri i tada igra završava. Za svako bacanje kockice igrač zarađuje 10 kn. Odredite:

- očekivani dobitak/gubitak u igri
- vjerojatnost da igrač ostvari dobitak od 20 kn.

Zadatak 3. [5 boda + 4 boda]

Neka je  $X$  neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f(x) = \begin{cases} 5a^5 x^{-6} & , x \geq 3 \\ 0 & , x < 3 \end{cases}$$

- Odredite vrijednost konstante  $a$ .
- Izračunajte matematičko očekivanje slučajne varijable  $Y = 4X + 3$ .

Zadatak 4. [3boda + 3 boda + 2 boda]

Neka je  $X$  diskretna slučajna varijabla s pripadnom slikom  $\mathcal{R}(X) = \mathbb{N}_0$  i funkcijom izvodnicom vjerojatnosti  $g_X(z) = e^{2z-2}$ . Odredite:

- očekivanje slučajne varijable  $X$
- varijancu slučajne varijable  $Y = 2X$ .
- $P(X = 0)$ .

Zadatak 5. [5 boda + 4 boda]

Neka je  $X \sim \mathcal{E}(2)$ . Odredite funkciju gustoće i očekivanje slučajne varijable  $Y = 2e^X$ .

Zadatak 6. [3 boda + 3 boda + 2 boda + 2 boda]

Promotrimo slučajni pokus koji se sastoji od nezavisnog bacanja pravilno izrađene kockice i pravilno izrađenog novčića dva puta. Neka slučajna varijabla  $X$  modelira broj parnih brojeva koji padnu pri bacanju kockice, a slučajna varijabla  $Y$  broj glava koje padnu pri bacanju novčića. Odredite distribuciju slučajnog vektora  $(X, Y)$  i pripadne marginalne distribucije. Jesu li slučajne varijable  $X$  i  $Y$  korelirane (obrazložite odgovor)? Odredite vjerojatnost da je  $XY = 4$ .