

UVOD U VJEROJATNOST I STATISTIKU

ISPITNI ROK 4.9.2017.

ZADATAK 1: [8+12 bodova]

Osoba igra sljedeću igru biranja simbola: Zadano je 11 simbola, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *. Osoba u prvom biranju, na slučajan način izabire jednu znamenku između 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. U svakom sljedećem biranju, osoba može izabrati bilo koji od 11 simbola. Igra prestaje u trenutku kada osoba izabere simbol *. Npr. niz 1243* predstavlja broj 1243. Izračunajte vjerojatnost sljedećih događaja:

- izabrani broj je n -teroznamenasti.
- izabrani broj u svom prikazu ne sadrži znamenku 0.

ZADATAK 2: [10 + 10 bodova]

Zadana je slučajna varijabla X s funkcijom gustoće

$$f(x; a) = \begin{cases} \frac{x^a}{a!} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases},$$

gdje je $a \in \mathbb{N}$ zadani parametar distribucije.

- Odredite matematičko očekivanje i varijancu slučajne varijable X .
- Dokažite da vrijedi:

$$P(0 < X < 2(a+1)) \geq \frac{a}{a+1}.$$

ZADATAK 3: [20 bodova]

Između brojeva $1, 2, 3, \dots, n$ biramo dva broja. Kolika je vjerojatnost da razlika prvog i drugog broja bude barem m ($0 < m < n$).

ZADATAK 4: [10+10 bodova]

U kutiji se nalaze 4 bijele i 4 crne kuglice. Na slučajan način i bez vraćanja izvlači se 4 kuglice. Neka X modelira broj bijelih kuglica među prve dvije izvučene kuglice, a Y modelira broj bijelih kuglica među druge dvije izvučene kuglice.

- Odredite tablicu distribucije slučajnog vektora (X, Y) .
- Ukoliko je poznato da je broj izvučenih bijelih kuglica među prve dvije kuglice x , odredite očekivani broj izvučenih bijelih kuglica među druge dvije kuglice.

ZADATAK 5: [20 bodova]

Zadan je pravokutni trapez s osnovicama a i c ($a > c$) te visinom b . Točka se bira na slučajan način unutar trapeza. Odredite vjerojatnost da udaljenost tako odabrane točke do veće osnovice bude najviše x .