

Sadržaj

1	Funkcije neprekidnih slučajnih varijabli	1
2	Zadaci	1

1 Funkcije neprekidnih slučajnih varijabli

Funkcije neprekidnih slučajnih varijabli

Teorem 1.

Neka je X neprekidna slučajna varijabla, f_X njena funkcija gustoće, a F_X funkcija distribucije. Neka je, nadalje, $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{R}(g) \subseteq \mathbb{R}$ bijekcija. Ako je funkcija g derivabilna na \mathbb{R} onda je $Y = g(X)$ neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y))|[g^{-1}(y)]'| & , y \in \mathcal{R}(g) \\ 0 & , y \in (\mathcal{R}(g))^c \end{cases} .$$

2 Zadaci

Zadatak 1.

Neka je F_X funkcija distribucije neprekidne slučajne varijable X . Odredimo funkciju distribucije slučajne varijable $Y = -X$.

Zadatak 2.

Slučajna varijabla X uniformno je distribuirana na intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, tj. $X \sim \mathcal{U}(0, 1)$. Odredite funkciju gustoće i funkciju distribucije slučajne varijable

- $Y = aX + b$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$,
- $Z = -\ln X$.

Zadatak 3.

Slučajna varijabla X ima Cauchyjevu distribuciju s funkcijom gustoće

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Odredite funkciju gustoće i funkciju distribucije slučajne varijable

- $Y = X^2$,
- $Z = 1/X$.

Zadatak 4.

Slučajna varijabla X ima funkciju gustoće $f_X(x)$. Odredite funkcije gustoća sljedećih slučajnih varijabli:

- $Y = e^X$,
- $Y = e^{-X}$,
- $Y = \sqrt{X}$, $X > 0$,
- $Y = \operatorname{sh} X = \frac{e^X - e^{-X}}{2}$.