

# Uvod u vjerojatnost i statistiku

## Vježbe 11.

1 Funkcije neprekidnih slučajnih varijabli

2 Zadaci

# Funkcije neprekidnih slučajnih varijabli

## Teorem 1.

Neka je  $X$  neprekidna slučajna varijabla,  $f_X$  njena funkcija gustoće, a  $F_X$  funkcija distribucije. Neka je, nadalje,  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{R}(g) \subseteq \mathbb{R}$  bijekcija. Ako je funkcija  $g$  derivabilna na  $\mathbb{R}$  onda je  $Y = g(X)$  neprekidna slučajna varijabla s funkcijom gustoće

$$f_Y(y) = \begin{cases} f_X(g^{-1}(y))|[g^{-1}(y)]'| & , y \in \mathcal{R}(g) \\ 0 & , y \in (\mathcal{R}(g))^c \end{cases} .$$

### Zadatak 1.

Neka je  $F_X$  funkcija distribucije neprekidne slučajne varijable  $X$ .  
Odredimo funkciju distribucije slučajne varijable  $Y = -X$ .

## Zadatak 2.

Slučajna varijabla  $X$  uniformno je distribuirana na intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ , tj.  $X \sim \mathcal{U}(0, 1)$ . Odredite funkciju gustoće i funkciju distribucije slučajne varijable

- a)  $Y = aX + b$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ,
- b)  $Z = -\ln X$ .

### Zadatak 3.

Slučajna varijabla  $X$  ima Cauchyjevu distribuciju s funkcijom gustoće

$$f_X(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Odredite funkciju gustoće i funkciju distribucije slučajne varijable

- a)  $Y = X^2$ ,
- b)  $Z = 1/X$ .

**Zadatak 4.**

Slučajna varijabla  $X$  ima funkciju gustoće  $f_X(x)$ . Odredite funkcije gustoća sljedećih slučajnih varijabli:

a)  $Y = e^X,$

b)  $Y = e^{-X},$

c)  $Y = \sqrt{X}, X > 0,$

d)  $Y = \operatorname{sh}X = \frac{e^X - e^{-X}}{2}.$