3. kolokvij iz Matematike I
GRUPA A

1. **[15 bod.]** Funkcija f je zadana formulom $f(x) = 2x^2 - 2$. Primjenom definicije derivacije izračunajte $f'(1)$.

2. **[15 bod.]** Napišite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ ako je funkcija u x_0 derivabilna. Odredite jednažbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{3x}{x^2+1}$ u točki $x_0 = 2$.

3. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a) **[5 bod.]** $f(x) = \dfrac{9x - 2x^2}{5 - x}$

   b) **[10 bod.]** $f(x) = x\ln(2x^2 + 4)$

   c **[5 bod.]**$f(x) = \sqrt[4]{2x-1}$

   d) **[10 bod.]**$f(x) = (2x-1)^x$

4. **[25 bod.]** Napišite tvrdnju koja povezuje monotonost funkcije i derivaciju funkcije. Odredite intervale rasta i pada, te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{x^2}{5x-2}$.

5. **[15 bod.]** Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

   a) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^2 + x}{e^x}$

   b $\lim\limits_{x\to 0} (\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{\sin x})$

	TABLICA DERIVACIJA	
$(c)' = 0,\ c \in \mathbb{R}$	$(x)' = 1,\ x \in \mathbb{R}$	$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1},\ \alpha \in \mathbb{R},\ x \in \mathbb{R}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x > 0$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x}\log_a e,\ x > 0$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x},\ x > 0$
$(a^x)' = a^x \ln a,\ x \in \mathbb{R}$	$(e^x)' = e^x,\ x \in \mathbb{R}$	$(\sin x)' = \cos x,\ x \in \mathbb{R}$
$(\cos x)' = -\sin x,\ x \in \mathbb{R}$	$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x},\ x \neq (2k-1)\dfrac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$	$(\operatorname{ctg} x)' = \dfrac{-1}{\sin^2 x},\ x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

3. kolokvij iz Matematike I
GRUPA B

1. **[15 bod.]** Definirajte derivacije funkcije $g : (a, b) \to R$ u točki $x_0 \in (a, b)$. Funkcija g je zadana formulom $g(x) = 3x^2 - 2$. Primjenom definicije derivacije izračunajte $g'(2)$.

2. **[15 bod.]** Odredite jednažbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{2x}{3x^2+1}$ u točki $x_0 = 1$.

3. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a) **[5 bod.]** $f(x) = \dfrac{2x - 3x^2}{2 - x}$

   b) **[10 bod.]** $f(x) = 3x \ln(17 - x^2)$

   c **[5 bod.]**$f(x) = \sqrt[9]{3x - 1}$

   d) **[10 bod.]**$f(x) = (2x - 9)^x$

4. **[25 bod.]** Napišite tvrdnju koja povezuje konveksnost funkcije i derivaciju funkcije. Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti, te točke infleksije funkcije $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

5. **[15 bod.]** Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

   a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2+3}{e^x+1}$

   b) $\displaystyle\lim_{x\to 0+} 2x^2 \cdot \ln x$

	TABLICA DERIVACIJA	
$(c)' = 0,\ c \in \mathbb{R}$	$(x)' = 1,\ x \in \mathbb{R}$	$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1},\ \ \alpha \in \mathbb{R},\ \ x \in \mathbb{R}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x > 0$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x} \log_a e,\ \ x > 0$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x},\ \ x > 0$
$(a^x)' = a^x \ln a,\ \ x \in \mathbb{R}$	$(e^x)' = e^x,\ \ x \in \mathbb{R}$	$(\sin x)' = \cos x,\ \ x \in \mathbb{R}$
$(\cos x)' = -\sin x,\ \ x \in \mathbb{R}$	$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x},\ \ x \neq (2k-1)\dfrac{\pi}{2},\ \ k \in \mathbb{Z}$	$(\operatorname{ctg} x)' = \dfrac{-1}{\sin^2 x},\ \ x \neq k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$

3. kolokvij iz Matematike I
GRUPA C

1. **[15 bod.]** Funkcija f je zadana formulom $f(x) = x^2 - 1$. Primjenom definicije derivacije izračunajte $f'(1)$.

2. **[15 bod.]** Napišite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ ako je funkcija u x_0 derivabilna. Odredite jednažbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{3x}{4x^2 - 1}$ u točki $x_0 = 2$.

3. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a) **[5 bod.]** $f(x) = \dfrac{5x - 3x^2}{2 - x}$

   b) **[10 bod.]** $f(x) = 2x \ln(x^2 + 11)$

   c **[5 bod.]** $f(x) = \sqrt[5]{4x - 1}$

   d) **[10 bod.]** $f(x) = (3x - 2)^x$

4. **[25 bod.]** Napišite tvrdnju koja povezuje točke u kojima se postižu lokalni ekstremi funkcije i derivaciju funkcije. Odredite intervale rasta i pada, te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \dfrac{x^2}{5x - 8}$.

5. **[15 bod.]** Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

   a) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^3}{e^x}$

   b) $\lim\limits_{x \to 0} (\dfrac{1}{x \sin x} - \dfrac{1}{x^2})$

	TABLICA DERIVACIJA	
$(c)' = 0,\ c \in \mathbb{R}$	$(x)' = 1,\ x \in \mathbb{R}$	$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha - 1},\ \ \alpha \in \mathbb{R},\ \ x \in \mathbb{R}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x > 0$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x} \log_a e,\ \ x > 0$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x},\ \ x > 0$
$(a^x)' = a^x \ln a,\ \ x \in \mathbb{R}$	$(e^x)' = e^x,\ \ x \in \mathbb{R}$	$(\sin x)' = \cos x,\ \ x \in \mathbb{R}$
$(\cos x)' = -\sin x,\ \ x \in \mathbb{R}$	$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x},\ \ x \neq (2k-1)\dfrac{\pi}{2},\ \ k \in \mathbb{Z}$	$(\operatorname{ctg} x)' = \dfrac{-1}{\sin^2 x},\ \ x \neq k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$

3. kolokvij iz Matematike I
GRUPA D

1. **[15 bod.]** Definirajte derivacije funkcije $g : (a, b) \to R$ u točki $x_0 \in (a, b)$. Kada kažemo da je funkcija derivabilna na intervalu (a, b)? Funkcija g je zadana formulom $g(x) = 2x^2 + 1$. Primjenom definicije derivacije izračunajte $g'(1)$.

2. **[15 bod.]** Odredite jednažbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \dfrac{4x}{5x^2 + 1}$ u točki $x_0 = 2$.

3. Derivirajte sljedeće funkcije:

   a) **[5 bod.]** $f(x) = \dfrac{7x - 3x^2}{4 - x}$

   b) **[10 bod.]** $f(x) = x \ln(2x^2 + 4)$

   c **[5 bod.]**$f(x) = \sqrt[6]{3x - 1}$

   d) **[10 bod.]**$f(x) = (3x - 1)^x$

4. **[25 bod.]** Iskažite Fermatov teorem. Vrijedi li obrat Fermatovog teorema. Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti, te točke infleksije funkcije $f(x) = 4x^2 - 2x^3$.

5. **[15 bod.]** Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

   a) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2 + e^x}{x^2}$

   b) $\lim\limits_{x \to \infty} x \cdot \sin \dfrac{1}{x}$

	TABLICA DERIVACIJA	
$(c)' = 0,\ c \in \mathbb{R}$	$(x)' = 1,\ x \in \mathbb{R}$	$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1},\ \alpha \in \mathbb{R},\ x \in \mathbb{R}$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}},\ x > 0$	$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x} \log_a e,\ x > 0$	$(\ln x)' = \dfrac{1}{x},\ x > 0$
$(a^x)' = a^x \ln a,\ x \in \mathbb{R}$	$(e^x)' = e^x,\ x \in \mathbb{R}$	$(\sin x)' = \cos x,\ x \in \mathbb{R}$
$(\cos x)' = -\sin x,\ x \in \mathbb{R}$	$(\operatorname{tg} x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x},\ x \neq (2k-1)\dfrac{\pi}{2},\ k \in \mathbb{Z}$	$(\operatorname{ctg} x)' = \dfrac{-1}{\sin^2 x},\ x \neq k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$