



Zadatci

Zadatak 1. [15 bod.]

Neka je $S = \left\{ \frac{2n+5}{n+2} : n \in \mathbb{N} \right\}$. Ako postoje, primjenom definicije odredite $\inf S$, $\sup S$, $\min S$, $\max S$.

Zadatak 2.

a) [5 bod.] Neka je $f(x) = \log \frac{1+x}{1-x}$ i $g(x) = \frac{x^3+3x}{3x^2+1}$. Izračunajte koliko iznosi $(f \circ g)(x) - 3f(x)$.

b) [5 bod.] Odredite domenu funkcije f zadane formulom $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x-1|-x}}$.

Zadatak 3. [15 bod.]

Tri broja čine geometrijski niz. Ako drugi broj uvećamo za 8 dobivamo aritmetički niz. Zatim, ako u tom novom aritmetičkom nizu posljednji broj uvećamo za 64, dobivamo opet geometrijski niz. Odredite te brojeve.

Zadatak 4. [10 bod.]

Primjenom definicije limesa niza dokažite da je $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{3n-1} = \frac{1}{3}$.

Zadatak 5. [10 bod.]

Dokažite da je niz (a_n) zadan općim članom $a_n = \frac{8^{3n}}{n!}$ omeđen i monoton pa prema tome i konvergentan.

Zadatak 6.

Izračunajte sljedeće limese:

a) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{n^2} + \frac{5}{n^2} + \frac{7}{n^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2} \right);$

b) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1 + \sqrt{n+1 + \sqrt{n+1}}} - \sqrt{n+1};$

c) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin(2n-1) \cos(n^2+3n)}{7n+4};$

d) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-2}{3n^2+1} \right)^{n^2-4}.$