

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

1. a) [5 bod.] Nadopunite Heineovu definiciju neprekidne funkcije:
 Funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$ je neprekidna u točki $a \in D$ ako vrijedi

- b) [10 bod.] Primjenom Cauchyjeve definicije pokažite da je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, zadana s $f(x) = \sin x$ neprekidna u svakoj točki $a \in \mathbb{R}$.
2. [10 bod] Odredite parametre α i β tako da pravac $y = 2x - 1$ bude kosa asimptota funkcije $f(x) = \frac{\alpha x^2 + 1}{2x + \beta}$.
3. [10 bod] Zadana je funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{2017^{2x} - 2017^x}{x}, & x \neq 0 \\ B, & x = 0 \end{cases}$. Odredite B tako da funkcija f bude neprekidna u $x = 0$.
4. [10 bod.] Odredite točke u kojima funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana s $f(x) = |x(x - 1)|$ nije derivabilna. Specijalno odredite $f'_-(1)$ i $f'_+(1)$.
5. [15 bod.] Dokažite tvrdnju: ako funkcija $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in \langle a, b \rangle$ postiže lokalni minimum i ako je funkcija f derivabilna u točki x_0 , onda je $f'(x_0) = 0$.
6. [10 bod.] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$.
7. [10 bod.] Odredite intervale monotonosti i ako postoje lokalne ekstreme funkcije zadane formulom $f(x) = \frac{\ln(x - 1)}{3 - x}$.
8. Derivirajte sljedeće funkcije

a)[5 bod.] $f(x) = \ln \left(2x + \sqrt{3x^2 + 1} \right)$	b)[5 bod.] $f(x) = e^{2x} \left(1 + \operatorname{tg} \frac{-x}{2} \right)$
c)[5 bod.] $f(x) = \arcsin \frac{1 - x}{x + 2}$	d)[5 bod.] $f(x) = (\ln x)^{\cos 2x}$.

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

1. a) [5 bod.] Nadopunite Cauchyjevu definiciju neprekidne funkcije:
 Funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $D \subseteq \mathbb{R}$ je neprekidna u točki $a \in D$ ako vrijedi

 b) [10 bod.] Primjenom Cauchyjeve definicije pokažite da je funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$,
 zadana s $f(x) = \cos x$ neprekidna u svakoj točki $a \in \mathbb{R}$.
2. [10 bod] Odredite parametre α i β tako da pravac $y = 8x - 2$ bude kosa asimptota funkcije
 $f(x) = \frac{\alpha x^2 + 4}{2x + \beta}$.
3. [10 bod] Zadana je funkcija $f(x) = \begin{cases} \frac{2017^{3x} - 2017^x}{2x}, & x \neq 0 \\ B, & x = 0 \end{cases}$. Odredite B tako da funkcija f
 bude neprekidna u $x = 0$.
4. [10 bod.] Odredite točke u kojima funkcija $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana s $f(x) = |x(x - 2)|$ nije
 derivabilna. Specijalno odredite $f'_-(2)$ i $f'_+(2)$.
5. [15 bod.] Dokažite tvrdnju: ako je funkcija $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ monotono padajuća i derivabilna
 na $\langle a, b \rangle$, onda je $f'(x) \leq 0$ za svaki $x \in \langle a, b \rangle$.
6. [10 bod.] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{ctg} 3x}{\operatorname{ctg} x}$.
7. [10 bod.] Odredite intervale monotonosti i ako postoje lokalne ekstreme funkcije zadane
 formulom $f(x) = \frac{\ln(x - 2)}{4 - x}$.
8. Derivirajte sljedeće funkcije

a)[5 bod.] $f(x) = \ln(3x + \sqrt{2x^2 + 1})$

b)[5 bod.] $f(x) = e^{3x} \left(1 + \operatorname{ctg} \frac{-x}{2} \right)$

c)[5 bod.] $f(x) = \arccos \frac{2 - x}{x + 1}$

d)[5 bod.] $f(x) = (\ln x)^{\sin 3x}$.