

## Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

10. lipnja 2014.

1. Pokažite da je funkcija  $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$  neprekidna na intervalu  $[-1, 1]$ .
2. Znajući da je  $(1 + \frac{1}{n})^n < e < (1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ , dokažite da je

$$\frac{1}{n+1} < \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{n}.$$

3. Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + \sqrt[5]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}}.$$

4. Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}.$$

5. Neka je  $a$  proizvoljna realna konstanta i  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  takva da je  $f'(x) = a \cdot f(x)$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Dokažite da je tada  $f(x) = c \cdot e^{ax}$ , gdje je  $c$  također proizvoljna realna konstanta.