

Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

29. rujna 2014.

1. Odredite sve prirodne brojeve n takve da je

$$5^n + 2^{n+1} \cdot 3^n = 9^n + 4^n.$$

2. Pronađite nultočke prve derivacije funkcije $f(x) = \ln(\sin^2 x^2)$. Pozitivne nultočke poredajte po veličini i označite s a_1, a_2, \dots . Pokažite da niz zadan formulom

$$b_n = a_{n+1} - a_n, \quad n \in \mathbb{N}$$

konvergira i pronadite njegov limes.

3. Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 (\sqrt[n]{a} - \sqrt[n+1]{a})$$

4. Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin^2(\pi 2^{x-1})}{\ln \cos(\pi 2^{x-1})}.$$

5. Na paraboli $y^2 = 2x$ odredite točku koja je najbliža točki $T = (1, 4)$.