

Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

7. srpnja 2015.

1. Neka je $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{4}$, $g(x) = 2^{x-1}$. Riješite jednadžbu

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x).$$

2. Provjerite je li niz (a_n) zadan rekurzivno s

$$a_n = \frac{3}{2}a_{n-1} - \frac{1}{2}a_{n-2}, \quad a_1 = 1, a_2 = \frac{5}{2}$$

konvergentan, te ako je odredite mu limes.

3. Odredite realne brojeve b, c takve da funkcija $f(x) = \frac{1}{x^2 + bx + c}$ ima maksimalnu vrijednost -4 za $x = \frac{3}{2}$.

4. Izračunajte limese:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 2x \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} - x \right),$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \operatorname{th} x.$

5. Ispitajte tijek i skicirajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}.$