

1. kontrolna zadaća iz Funkcija više varijabli
Ak. god. 2015./2016.
A grupa

Zadatak 1

a) [15b] Odredite i skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \ln(x^2 + 2x + y^2 - 3) + \frac{\arcsin \frac{x}{2}}{\sqrt{x-y}}.$$

b) [10b] Odredite, ako postoji,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + \sin^2 x}{2x^2 + y^2}.$$

Zadatak 2 [20b] Dana je funkcija $w = f(x, y)$ gdje je $x = \frac{u^2 - t^2}{2u}$, $y = \frac{t^2 - v^2}{2v}$. Izračunajte

$$2u^2v \frac{\partial w}{\partial u} + 2vu^2 \frac{\partial w}{\partial v} + tuv \frac{\partial w}{\partial t}.$$

Koliko iznosi $\frac{\partial^2 w}{\partial u^2}$?

Zadatak 3 [15b] Odredite $\frac{\partial z}{\partial x}$ i $\frac{\partial z}{\partial y}$ u točki za koju je $u = 0, v = 1$ ako je

$$\begin{cases} x = u^3v + \ln v \\ y = v^2 - u^2 \\ z = 2v. \end{cases}$$

Zadatak 4 [15b] Funkciju

$$f(x, y) = x + \cos \pi y + x \ln y$$

razvijte po Taylorovoj formuli do uključivo članova trećeg reda u okolini točke $(3, 1)$.

Zadatak 5 [25b] Ana je odlučila napraviti božićnu kutiju za kekse u obliku pravilne trostrane prizme. Na raspolaganju ima $2\sqrt{3} m^2$ materijala kojeg Ana planira u potpunosti iskoristiti. Odredite koji je najveći mogući volumen Anine kutije.

1. kontrolna zadaća iz Funkcija više varijabli
Ak. god. 2015./2016.
B grupa

Zadatak 1

a) [15b] Odredite i skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \frac{\ln(y - x^2 - x)}{\sqrt{y - x}} + \arccos(x^2 + y^2 - 3).$$

b) [10b] Odredite, ako postoji,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^2 + \sin^2 x}{2y^2 + x^2}.$$

Zadatak 2 [20b] Dana je funkcija $w = f(u, v)$ gdje je $u = \frac{y - x}{xy}$, $v = \frac{z - x}{xz}$. Izračunajte

$$x^2 \frac{\partial w}{\partial x} + y^2 \frac{\partial w}{\partial y} + z^2 \frac{\partial w}{\partial z}.$$

Koliko iznosi $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$?

Zadatak 3 [15b] Odredite $\frac{\partial z}{\partial x}$ i $\frac{\partial z}{\partial y}$ u točki za koju je $u = 0, v = 1$ ako je

$$\begin{cases} x = uv^2 + e^u \\ y = v^3 - u^2 \\ z = 3u. \end{cases}$$

Zadatak 4 [15b] Funkciju

$$f(x, y) = y + \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + y \ln x$$

razvijte po Taylorovoj formuli do uključivo članova trećeg reda u okolini točke $(1, 3)$.

Zadatak 5 [25b] Ena je odlučila napraviti božićnu kutiju za kekse u obliku pravilne šesterostruane prizme. Na raspolaganju ima $3\sqrt{3} m^2$ materijala kojeg Ena planira u potpunosti iskoristiti. Odredite koji je najveći mogući volumen Enine kutije.