



Pravila

Studenti mogu pristupiti polaganju 2 kolokvija koji pokrivaju cijelo gradivo. Svaki kolokvij piše se 2 sata, a uspješno položeni kolokviji zamjenjuju pismeni dio ispita. Da bi uspješno položio kolokvije, student mora skupiti minimalno 80 bodova od ukupnih 200, pri čemu na svakom pojedinom kolokviju mora ostvariti barem 20 bodova. Student ima mogućnost popravka jednog od kolokvija na kojem nije postignuta prolazna razina. Rezultati kolokvija bit će objavljeni na web stranicama kolegija.

Napomena: U kolokviju je potrebno obrazložiti sve svoje tvrdnje.

Zadatak 1 (15). Zadan je sud

$$(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R})((a^3 > b^3) \implies (a > b \wedge a^2 > b^2)).$$

Zapišite simbolima i riječima negaciju zadanog suda te ispitajte njegovu istinitost.

Zadatak 2 (25). Neka je $U = \mathbb{R}$ i

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \frac{3x+9}{x-2} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : x \in \{-1, -2\} \vee 2x^2 + x - 15 = 0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : |4x+1| < 20\}$$

- Odredite elemente skupova $S_1 = A \cup B \cup C$, $S_2 = C \setminus A$, $S_3 = \mathcal{P}(A \cap C)$ i $S_4 = \mathcal{P}(\mathcal{P}(B \cap C))$.
- Skicirajte skupove A^2 i $B \times (A \cap C)$.
- Odredite sve $X \subseteq U$, ekvipotentne skupu B , koji zadovoljavaju skupovnu jednadžbu

$$X \cap (B \cup (A^C \cap C)) = S_2.$$

Zadatak 3 (15). Neka su A , B i C proizvoljni podskupovi univerzalnog skupa U . Ispitajte odnos skupova

$$S = (A \cup C^C) \Delta (B \cup C^C) \quad \text{i} \quad T = (A \cap B^C) \cup C^C \cup (B \setminus A).$$

Zadatak 4 (10). Zadana je funkcija $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 17 - x^2$. Odredite sliku skupa $A = \{10, 12\}$ i prasluku skupa $B = [-3, 1]$.

Zadatak 5 (20). Neka je $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ zadana s $f(x) = ax - 1$. Odredite parametar $a \in \mathbb{R}$ tako da funkcija $f \circ f$ bude identiteta. Za tako određeni parametar a i funkciju $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ zadanu formulom $g(x) = 2^x$, odredite $(g \circ f)$. Provjerite je li $(g \circ f)$ bijekcija, ako jeste odredite joj inverz.

Zadatak 6 (15). Neka je $A = \{1, 2, \dots, 15\}$ i ρ relacija na $A \times A$ zadana s

$$(a, b)\rho(c, d) \iff ad = bc.$$

Ispitajte je li ρ relacija ekvivalencije. Ako jeste, odredite klasu elementa $(2, 3)$.