



Pravila

Pismeni ispit piše se 2 sata. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je postići minimalno 55 bodova, pri čemu je na pismenom ispitu moguće ostvariti maksimalno 100 bodova, a na zadaćama maksimalno 20 bodova (od toga maksimalno 10 bodova na zadaćama s predavanja i maksimalno 10 bodova na zadaćama s vježbi). Rezultati ispita bit će objavljeni na web stranicama kolegija.

Zadatak 1 (20). Dana je Cauchyjeva zadaća

$$\begin{cases} x^2 y' - xy + 2 = 0 \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

Pokažite da gornja zadaća zadovoljava uvjete Picardovog teorema i odredite prva četiri člana Picardovih iteracija.

Zadatak 2 (20). Riješite diferencijalnu jednadžbu

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{x^2 y + y^3}.$$

Zadatak 3 (20). Dana je diferencijalna jednadžba

$$(x^3 - 1)y' = 2xy^2 - x^2y - 1.$$

Odredite njeno partikularno rješenje u obliku polinoma, a zatim riješite zadanu jednadžbu uz uvjet $y(0) = \frac{-1}{4}$.

Zadatak 4 (20). Koristeći Laplaceovu transformaciju, riješite Cauchyjevu zadaću

$$\begin{cases} y'' - y = e^t \cos t \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Zadatak 5 (20). Strujni krug sadrži kondenzator kapaciteta $C=0.01$ F, otpornik jačnosti $R=20$ Ω te generator koji proizvodi varijabilan napon $E(t) = 50e^{-3t}$ V. Količina naboja u trenutku $t=0$ iznosila je $Q(0) = 0$. Odredite količinu naboja nakon 3 sekunde ako u strujnom krugu s otporom R , količinom naboja Q , kapacitetom C i naponom $E(t)$ vrijedi Kirchoffov zakon

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C} Q = E(t).$$