



Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je postići barem 40 bodova od 100 mogućih na pismenom ispitu. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranicama kolegija.

Zadatak 1 (10+10). Dana je Cauchyjeva zadaća

$$\begin{cases} y' = y^2 - y \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- Provjerite zadovoljava li gornja zadaća uvjete Picardovog teorema.
- Riješite gornju Cauchyjevu zadaću.

Zadatak 2 (20). Odredite opće rješenje jednadžbe

$$y' = \frac{1}{\ln \frac{y-2x}{x-1}} + \frac{y-2x}{x-1} + 2.$$

Zadatak 3 (20). Pretpostavimo da na nekom kontroliranom staništu žive zebre i antilope. Poznato je da je rast ovih dviju populacija opisan sustavom diferencijalnih jednadžbi

$$\begin{cases} x' = 7x - 3y \\ y' = -2y + 6x, \end{cases}$$

gdje je $x(t)$ broj antilopa, a $y(t)$ broj zebri u trenutku t . Odredite koliko antilopa, a koliko zebri će biti na tom staništu u proizvoljnom trenutku ukoliko je na početku promatranja na staništu bilo 500 zebri i 900 antilopa.

Zadatak 4 (20). Provjerite zadovoljava li $y = \frac{\ln x}{x}$ diferencijalnu jednadžbu

$$y' = \frac{y^2}{\ln^2 x} - \frac{\ln x}{x^2},$$

a potom riješite tu diferencijalnu jednadžbu.

Zadatak 5 (20). Riješite Cauchyjevu zadaću

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = \delta(t-2) + \sin t \cos t \\ y(0) = y'(0) = 0. \end{cases}$$