Pravila

Kolokvij se piše 90 minuta. Na kolokviju je potrebno ostvariti barem 20 bodova kako bi se moglo pristupiti drugom kolokviju.

Zadatak 1 (20). Odredite i skicirajte domenu funkcije

$$f(x,y) = \frac{1}{\ln(5x^2+8y^2-40)} + \arcsin\frac{(x+y)^2-1}{(x+y)^2+1}.$$

Zadatak 2 (15). Naći jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $z = z(x,y)$ zadanu parametarskim jednadžbama

$$\begin{aligned} x &= \frac{u^3+v^3}{3} \\ y &= \frac{u^3-v^3}{3} \\ z &= u \cdot v \end{aligned}$$

u točki za koju je $u = 1$ i $v = 1$.

Zadatak 3 (15). Neka je $f : \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \backslash \{0,0\}$ definirana s

$$f(x,y) = \frac{1}{2}\left(\frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}\right).$$

Dodefinirajte f u točki $(0,0)$ tako da bude neprekidna na čitavom $R_0^+ \times R_0^+$.

Zadatak 4 (15). Neka je $\varphi \in C^1(\mathbb{R})$ dana funkcija, te

$$z(x,y) = \sin y\, e^{5x} + x\varphi\left(\frac{x+y}{x-y}\right).$$

Izračunajte $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ i $\dfrac{\partial z}{\partial x} + \dfrac{\partial z}{\partial y}$.

Zadatak 5 (15). Odredite ekstreme funkcije

$$f(x,y) = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1.$$

Zadatak 6 (20). U ravnini $6y - 4z = 0$ odredite točku za koju je zbroj kvadrata udaljenosti do točaka $C(1,1,1)$ i $D(3,2,4)$ najmanji.