

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
22. veljače 2016.

**Pismeni ispit iz Funkcija više varijabli**  
Ak. god. 2014./2015.

**Zadatak 1** [15b] *Odredite i skicirajte područje definicije funkcije*

$$f(x, y, z) = \arcsin \sqrt{z + 1 - x^2 - y^2} + \ln(2 - \sqrt{x^2 + y^2} - z).$$

**Zadatak 2**

a) [10b] *Odredite, ako postoji,  $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{(x-1)^2 \ln x}{(x-1)^2 + y^2}$ .*

b) [15b] *Dana je funkcija  $z = f(u, v, w)$ , gdje je  $u = x^2 + y^2 - 3$ ,  $v = \frac{x}{y}$  i  $w = \sin x$ . Izračunajte  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .*

**Zadatak 3** [15b] *Pronađite točku na plohi  $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 12$  sa svojstvom da normala na plohu u toj točki bude paralelna sa ravninama  $x + 2y - z = 2$  i  $x - y + 3z = 1$ .*

**Zadatak 4** [15b] *Odredite volumen tijela omeđenog plohama  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $z = 0$  i  $x - y - z + 3 = 0$ . Skicirajte traženo tijelo.*

**Zadatak 5**

a) [20b] *Izračunajte*

$$\oint_C 2x \, dy + y^2 \, dx,$$

*gdje je  $C$  krivulja koja spaja točke  $A(0, 1)$ ,  $B(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2})$  i  $C(1, 0)$  na sljedeći način:*

- $\widehat{AB}$  je dio funkcije  $y = \cos x$ ,
- $\overline{BC}$  je dio pravca  $(2\pi - 6)y - 3x = -3$ ,
- $\overline{CA}$  je dio pravca  $y = -x + 1$ .

b) [10b] *Izračunajte*

$$\int_S (y + z + 3) \, dS,$$

*gdje je  $S$  dio ravnine  $z = 2x + 3y$  koji leži unutar cilindra  $x^2 + y^2 = 9$ .*