



## Pravila

Pismeni ispit se piše 2 sata. Da bi se pristupilo usmenom dijelu ispita, potrebno je postići barem 40 bodova od 100 mogućih na pismenom ispitu. Rezultati ispita bit će objavljeni na web stranicama kolegija.

---

**Zadatak 1 (15).** Pokažite da je  $\frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial u}{\partial \psi} = 0$ , ako je  $u = \Phi(x^2 + y^2 + z^2)$  gdje je  $x = R \cos \varphi \cos \psi$ ,  $y = R \cos \varphi \sin \psi$  i  $z = R \sin \varphi$ .

**Zadatak 2 (15).** Odredite i ispitajte ekstreme funkcije  $f(x, y, z) = x - 2y + 2z$  uz uvjet  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

**Zadatak 3 (20).** Izračunajte volumen tijela omeđenog plohom  $z = 4 - 3x^2 - y^2$  i ravninom  $z = 1$ , koje se nalazi u prvom oktantu između ravnina  $y = x$  i  $y = \sqrt{3}x$ .

**Zadatak 4 (20).** Koristeći polarne koordinate izračunajte integral

$$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx \int_{1-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy.$$

**Zadatak 5 (15).** Koristeći Greenovu formulu izračunajte  $\int_{\widehat{AB}} (y + \sin x \sin y) dx - \cos x \cos y dy$  gdje je  $\widehat{AB}$  luk sinusoide  $y = \sin x$  od  $x = 0$  do  $x = \frac{\pi}{3}$ .

**Zadatak 6 (15).** Izračunajte

$$I = \int \int_{S^+} z^2 dx dy,$$

gdje je  $S^+$  vanjska strana polusfere  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ ,  $z < 0$ .