



Zadatci

Zadatak 1.

Bez primjene L'Hôpitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

a) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 10x}{\sin 5x};$

b) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{3x}}{x};$

c) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-4}{x-3};$

d) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x \cos x)}{x}.$

Zadatak 2. [15 bod.]

Odredite proširenje po neprekidnosti funkcije $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ zadane formulom

$$f(x) = \frac{\sin(8x)(\cos(5x) - 1)}{x^3}.$$

Zadatak 3. [10 bod.]

Odredite $f'_-(3)$ i $f'_+(3)$, ako je $f(x) = x|x-3|$.

Zadatak 4. [10 bod.]

Primjenom L'Hôpitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(5x)^x - 5}{x-1}$.

Zadatak 5. [15 bod.]

Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti te točke infleksije funkcije zadane formulom

$$f(x) = \frac{3}{1 + 2e^{-2x}}.$$

Zadatak 6.

Derivirajte sljedeće formulom zadane funkcije:

a) [5 bod.] $f(x) = (3x)^{12} \operatorname{tg} \sqrt{e^{3x}};$

b) [5 bod.] $f(x) = \operatorname{sh} \sqrt[7]{3^x - 1};$

c) [5 bod.] $f(x) = x \operatorname{arctg}(3x) + \sin(1 - x^2);$

d) [5 bod.] $f(x) = \log_5 \frac{x-3}{x+3}.$

Zadatak 7. [10 bod.]

Iskažite Cauchyjev teorem. Primijenite Cauchyjev teorem na funkcije $f, g: [1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 3x$, $f(x) = \ln x$ te odredite odgovarajuću međutočku $c \in (1, 2)$.