



Indeks _____
Ime i prezime _____



Pravila

Pismeni ispit piše se 2 sata. Rezultati ispita bit će objavljeni na web stranici kolegija.

Zadatak 1 (20). Teška homogena žica nalazi se u polju sile teže koja djeluje poprečno na nju. Žica je duljine 5, linijske gustoće 1, napeta je i učvršćena na desnom kraju utegom mase 10, dok joj je lijevi kraj učvršćen za kotač koji se može slobodno kotrljati po poprečnom žlijebu. Za kotač je vezan uteg težine 20. Dodatno se žica nalazi u elastičnom sredstvu koje se linearno elastično opire progibu žice s koeficijentom elastičnosti $b = 5$. Odredite ravnotežni progib žice.

Zadatak 2 (15). Teška homogena žica duljine l , linijske gustoće $\rho = 1$, napeta je s $a = \text{const.} > 0$ i učvršćena na lijevom kraju, dok joj je desni kraj slobodan. Žica se nalazi u sustavu koji jednoliko rotira oko osi x kutnom brzinom $\omega > 0$. Riješite pripadni problem svojstvenih vrijednosti.

Zadatak 3 (20). Homogena žica duljine 8 napeta je s $a = 200$, te na nju poprečno djeluje sila čija je gustoća dana s $f(x) = 1$. Žica je na lijevom kraju učvršćena, a na desnom slobodna. Zapišite pripadnu (RZ) i riješite ju metodom konačnih elemenata za $n = 3$.

Zadatak 4 (15). Riješite početno-rubnu zadaću za valnu jednadžbu:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) &= 0, \quad x \in [0, 8], \quad t \geq 0 \\ u(0, t) &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(8, t) = 0, \quad t \geq 0 \\ u_0(x) &= \begin{cases} \frac{x}{4}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & 4 < x \leq 8, \end{cases} \quad v_0(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x < 6 \\ 2, & 6 \leq x \leq 7 \\ 0, & 7 < x \leq 8. \end{cases} \end{aligned}$$

Zadatak 5 (10). Funkciju $f(x) = \cos^6 x$ razvijte u Fourierov red.

Zadatak 6 (20). Promatramo oscilacije homogene žice duljine 6, napete s $a = 50$ i linijske gustoće 1, koja titra pod utjecajem vanjske sile čija gustoća iznosi 4. Lijevo kraj žice učvršćen je na visini 3, a desni kraj žice na visini 4. Zapišite pripadnu početno-rubnu zadaću i riješite ju, ako je položaj u trenutku $t = 0$ opisan funkcijom $u_0(x) = 3 + \sin \frac{\pi x}{12}$, a početna brzina jednaka je nuli.