

1. kolokvij iz Realne analize
10.12.2020.

1. [20 bod.] Pokažite da je formulom

$$\rho((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{|x_1 - x_2|} + \sqrt{|y_1 - y_2|}$$

zadana metrika na \mathbb{R}^2 .

2. [20 bod.] Neka je (X, \mathcal{U}) topološki prostor i $A \subseteq X$. Dokažite da je $x_0 \in \text{Cl}A$ onda i samo onda ako je $A \cap O \neq \emptyset$ za svaku okolinu O točke x_0 .
3. [20 bod.] Neka je (X, d) metrički prostor i $F \subseteq X$. Dokažite da je F zatvoren skup onda i samo onda ako svaki niz u F koji konvergira u X ima limes u F .
4. [20 bod.] Neka je (x_k) Cauchyjev niz u metričkom prostoru (X, d) . Dokažite sljedeću tvrdnju: Ako neki podniz (x_{u_k}) konvergira prema točki $x_0 \in X$, onda i niz (x_k) konvergira prema x_0 .
5. [5 bod.] Iskazati Bolzano-Weierstrassov teorem za nizove!
6. [15 bod.] Neka su $\|\cdot\|$ i $\|\cdot\|'$ ekvivalentne norme na realnom vektorskom prostoru $(X, +, \cdot)$. Dokažite: prostor $(X, \|\cdot\|)$ je potpun onda i samo onda ako je prostor $(X, \|\cdot\|')$ potpun.