2. kolokvij iz Realne analize
2.12.2019., grupa A

1. [**20 bod.**] Neka su (x_k) i (y_k) nizovi u metričkom prostoru (X, d) i neka (x_k) konvergira prema x_0. Pokažite da (y_k) konvergira prema x_0 ako i samo ako $d(x_k, y_k) \to 0$.
2. [**20 bod.**] Neka je (X, d) metrički prostor i $F \subseteq X$. Dokažite da je skup F zatvoren onda i samo onda ako svaki niz (x_k) iz F koji konvergira u X ima limes u F.
3. [**20 bod.**] Neka je (x_k) Cauchyjev niz u metričkom prostoru (X, d). Dokažite: Ako neki podniz (x_{u_k}) konvergira prema $x_0 \in X$, onda $x_k \to x_0$.
4. [**20 bod.**] Neka su $\|\cdot\|$ i $\|\cdot\|'$ ekvivalentne norme na realnom vektorskom prostoru $(X, +, \cdot)$. Dokažite: Ako je prostor $(X, \|\cdot\|')$ potpun, onda je i $(X, \|\cdot\|)$ potpun prostor.
5. [**20 bod.**] Iskazati i dokazati teorem o Lebesgueovom broju pokrivača.

2. kolokvij iz Realne analize
2.12.2019., grupa B

1. [**20 bod.**] Neka su (x_k) i (y_k) nizovi u metričkom prostoru (X, d) takvi da (x_k) konvergira prema x_0 i (y_k) konvergira prema y_0. Pokažite da tada $d(x_k, y_k) \to d(x_0, y_0)$.
2. [**20 bod.**] Iskazati i dokazati Bolzano-Weierstrassov teorem za nizove.
3. [**20 bod.**] Dokazati da je u metričkom prostoru svaki konvergentan niz ujedno i Cauchyjev niz.
4. [**20 bod.**] Neka su $\|\cdot\|$ i $\|\cdot\|'$ ekvivalentne norme na realnom vektorskom prostoru $(X, +, \cdot)$. Dokažite: Ako je prostor $(X, \|\cdot\|)$ potpun, onda je i $(X, \|\cdot\|')$ potpun prostor.
5. [**20 bod.**] Neka je K kompakt iz metričkog prostora (X, d). Dokažite da je K potpuno omeđen.