

## Pravila

Kolokvij se piše 120 min te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima (sve papire koji se predaju potrebno je potpisati). Uvjet za polaganje kolokvija je ostvarenih minimalno 40 bodova po svakom kolokvijiu i minimalno 90 bodova ukupno.

---

### Zadatak 1 (20 bodova).

Neka je  $f : \{0, 1, 2, 3\} \rightarrow \{a, b, c\}$  surjekcija takva da vrijedi  $f^{-1}(\{a\}) = \{1, 2\}$ ,  $f^{-1}(\{b\}) = \{0\}$ . Odredite sve injekcije  $g_i : \{a, b, c\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3\}$  takve da vrijedi  $f \circ g_i = 1_{\{a, b, c\}}$ .

[Rj. 2 injekcije:  $g_1 : g_1(a) = 1, g_1(b) = 0, g_1(c) = 3, g_2 : g_2(a) = 2, g_2(b) = 0, g_2(c) = 3$ ]

### Zadatak 2 (10 bodova).

Neka su  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcije. Provjerite parnost funkcije  $fg$  ako su:

- (a) obje funkcije neparne,
- (b)  $f$  neparna i  $g$  parna funkcija.

[Rj. a) parna, b) neparna - za izvod pogledat vježbe]

### Zadatak 3 (10 bodova).

Odredite domenu i sliku te skicirajte graf funkcije  $f$  zadane formulom

$$f(x) = \left\lfloor \frac{1}{3} \log_2(x+3) \right\rfloor + 2.$$

[Rj.  $D_f = \langle -3, +\infty \rangle, Im_f = [2, +\infty)$ ]

### Zadatak 4 (10 bodova).

Rastavite na sumu parcijalnih razlomaka

$$\frac{4x^2 + 3x + 9}{x^3 - 27}.$$

[Rj.  $\frac{2}{x-3} + \frac{2x+3}{x^2+3x+9}$ ]

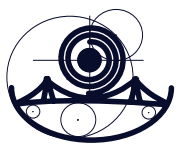
### Zadatak 5 (20 bodova).

Na skupu  $\mathbb{R}^2$  defnirana je relacija  $\rho$  na sljedeći način

$$(x_1, y_1) \rho (x_2, y_2) \iff |x_1| + |y_2| = |x_2| + |y_1|.$$

Provjerite je li  $\rho$  relacija ekvivalencije, ako jeste odredite klasu elementa  $(-1, -1)$ .

[Rj.  $[(1, 1)] = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| = |x|\}$ ]



**Zadatak 6 (15 bodova).**

Neka je  $S = \{a, b, c, d, e, f\}$ .

- (a) Odredite relaciju ekvivalencije  $\rho$  koja inducira sljedeću particiju skupa  $S$ :

$$S = \{a, b, c\} \cup \{d\} \cup \{e, f\}.$$

- (b) Odredite relaciju  $\rho_1$  sa svojstvom  $\rho_1 \subset \rho$ ,  $\rho_1$  je relacija parcijalnog uređaja na  $S$  i  $k(\rho_1) = 8$ . Postoji li relacija  $\rho_2 \subset \rho$  i  $\rho_2$  relacija potpunog uređaja na skupu  $S$ .  
Obrazložite odgovor!

[Rj. a)  $\rho = \{(a, a), (a, b), (a, c), (b, a), (b, b), (b, c), (c, a), (c, b), (c, c), (d, d), (e, e), (e, f), (f, e), (f, f)\}$ ,  
b) npr.  $\rho_1 = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (f, f), (a, b), (a, c)\}$ ,  $\rho_2$  ne postoji (ne vrijedi svojstvo  $\forall x, y \in S \quad x\rho y \vee y\rho x$ )]

**Zadatak 7 (15 bodova).**

Polinoma  $f(x) = x^5 - x^4 - 4x^3 + ax^2 - bx$  pri dijeljenju sa  $x - 2$  daje ostatak 30, a pri dijeljenju sa  $x - 1$  daje ostatak 6. Odredite parametre  $a, b$  i ostatak pri dijeljenju  $f(x)$  s  $g(x) = x^2 - 3x + 2$ .

[Rj.  $a = 13, b = 3, r(x) = 24x - 18$ ]

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.