



## Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta i ukupno nosi 100 bodova od kojih 50 jest za prolaz uz uvjet da su barem dva zadatka cijela riješena. Ispit se predaje s papirom sa zadacima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranicama kolegija u toku dana.

### Zadatak 1 (20 bodova).

Izrazite negaciju, konjukciju, disjunkciju, ekskluzivnu disjunkciju, ekvivalenciju i implikaciju sudova  $A$  i  $B$  pomoću Shefferove operacije tih dvaju sudova.

### Zadatak 2 (20 bodova).

Neka su  $X$  i  $Y$  dva skupa te  $A \subseteq X$  i  $B \subseteq Y$  njihovi podskupovi.

a) Ispitajte odnos skupova

$$(X \times Y) \setminus (A \times B) \quad \text{i} \quad ((X \setminus A) \times Y) \cup (X \times (Y \setminus B)).$$

b) Ako je  $X = \langle 0, +\infty \rangle$ ,  $Y = \langle -\infty, 0 \rangle$ ,  $A = \langle 0, 1 \rangle$  i  $B = \langle -1, 0 \rangle$ , odredite

$$(X \times Y) \setminus (A \times B)$$

i skicirajte dobiveni skup.

### Zadatak 3 (20 bodova).

Neka je  $z \in \mathbb{C}$  takav da vrijedi

$$z^2 + z + 1 = 0.$$

Odredite vrijednost izraza  $z^9 + z^{18} + z^{27} + \dots + z^{99}$ .

### Zadatak 4 (20 bodova).

Zadane su funkcije  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2 - |x|$ ,  $g(x) = |x - 1| + 1$ . Neka je  $S = (g \circ f)^{-1}(\{2, 3\})$ .

a) Skicirajte graf funkcije  $g \circ f$  i provjerite je li ona bijekcija. Objasnite svoju tvrdnju.

b) Odredite onu relaciju ekvivalencije na skupu  $S$  koja inducira particiju

$$S = (g \circ f)^{-1}(\{2\}) \cup (g \circ f)^{-1}(\{3\}).$$

Je li dobivena relacija relacija parcijalnog uređaja? Objasnite.

c) Odredite i skicirajte relaciju

$$\rho_2 = \{(x, y) \in S^2 : x \leq y\}.$$

Je li relacija  $\rho_2$  relacija potpunog uređaja? Objasnite.

### Zadatak 5 (20 bodova).

Odredite parametre  $a, b$  tako da polinom

$$p(x) = x^3 - ax^2 + x + 2b$$

daje ostatak 40 pri djeljenju s polinomom  $x - 3$ , a jedna nultočka mu je  $-1$ . Dokažite da tako određen polinom  $p(x)$  dijeli polinom

$$g(x) = x^{4k} + x^{4l+1} + x^{4m+2} + x^{4n+3}, \quad \forall k, l, m, n \in \mathbb{N}.$$