



## Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta i ukupno nosi 100 bodova od kojih 50 jest za prolaz uz uvjet da su barem dva zadatka cijela riješena. Ispit se predaje s papirom sa zadacima. Rezultati ispita će biti objavljeni na web stranicama kolegija.

### Zadatak 1 (20 bodova).

Neka je  $f : X \rightarrow Y$  proizvoljna funkcija te neka su  $A, B \subseteq X$ . Ispitajte odnos među skupovima

$$f(A \setminus B) \text{ i } f(A) \setminus f(B).$$

U slučaju da neka inkluzija ne vrijedi, navedite kontraprimjer.

### Zadatak 2 (20 bodova).

Metodom matematičke indukcije dokažite da za sve prirodne brojeve  $n \geq 3$  vrijedi  $3^n - 2^n > 3n - 2$ .

### Zadatak 3 (20 bodova).

Riješite jednadžbu

$$a^{10}z^2 = |a^3| \left( \frac{1+i}{1-i} \right)^3,$$

ako za kompleksni broj  $a$  vrijedi

$$|a| + a = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i.$$

### Zadatak 4 (20 bodova).

Neka je  $\sim$  relacija na skupu  $\mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N})$  zadana s:

$$(X_1, Y_1) \sim (X_2, Y_2) \iff X_1 \triangle X_2 = Y_1 \triangle Y_2 \text{ i } X_1 \cup Y_2 = X_2 \cup Y_1.$$

Ispitajte je li relacija  $\sim$  refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna. Ako neko svojstvo ne vrijedi pokažite to kontraprimjerom. Je li  $\sim$  relacija ekvivalencije? A parcijalnog uređaja? Sve svje tvrdnje obrazložite.

### Zadatak 5 (20 bodova).

Odredite sve polinome  $P$  takve da za sve  $x \in \mathbb{R}$  vrijedi

$$(x-3)P(x+1) - (x+3)P(x-2) = 3x(x^2-9).$$