



Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta. Uz svaki zadatak naveden je broj bodova. Obavijest o konačnim rezultatima bit će objavljena na web stranici kolegija.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.

Zadatak 1 (20). Dokažite da se raznostraničan trokut ne može pravcem podijeliti na dva sukladna trokuta.

Zadatak 2 (20). Stranica \overline{BC} trokuta ABC podijeljena je točkama M i N tako da vrijedi $|BM| = |MN| = |NC|$. Neka je P proizvoljna točka dužine \overline{MN} . Pravci paralelni s \overline{PA} kroz točke M i N sijeku stranice \overline{AB} i \overline{AC} u točkama D i E . Dokažite da dužine \overline{PD} i \overline{PE} dijele trokut na tri dijela jednake površine.

Zadatak 3 (20). Točke A, B, C, D, E, F , u tom poretku, leže na kružnici k . Dokažite da se tetive \overline{AD} , \overline{BE} i \overline{CF} sijeku u jednoj točki ako i samo ako vrijedi

$$|AB| \cdot |CD| \cdot |EF| = |BC| \cdot |DE| \cdot |FA|.$$

Zadatak 4 (20). Dokažite da za površinu P konveksnog četverokuta $ABCD$ vrijedi nejednakost

$$P \leq \frac{1}{2}(|AB| \cdot |CD| + |BC| \cdot |AD|).$$

Zadatak 5 (20). Kugla je opisana oko uspravnog stošca. Ravnina koja prolazi središtem kugle, a paralelna je s osnovkom stošca, dijeli stožac na dva dijela jednakog obujma. Odredite kut koji zatvara izvodnica stošca s ravninom njegove osnovke.