



Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta i ukupno nosi 100 bodova od kojih 50 jest za prolaz uz uvjet da su barem dva zadatka cijela riješena. Ispit se predaje s papirom sa zadacima. Rezultati će biti objavljeni na web stranici kolegija. **Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.

Zadatak 1 (20). Neka su A, B, C i D proizvoljni skupovi. Ispitajte odnos skupova S i T gdje je

$$S = \left((A \cup B) \setminus (C \cap D) \right) \cap \left((A \cap D)^c \setminus B \right),$$
$$T = \left((A \cup (B \cap C^c)) \cup D^c \right) \cup \left((A^c \cap D) \cup B^c \right).$$

Zadatak 2 (20). Neka je ρ binarna relacija na skupu $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ definirana s:

$$(a, b)\rho(c, d) \iff ((a + c < b + d) \vee (a = c \wedge b \geq d)).$$

Odredite je li ρ parcijalni uređaj na skupu $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$. Je li ρ totalni uređaj na $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$?

Zadatak 3 (20). Metodom matematičke indukcije dokažite da za $x \neq 1$ i svaki prirodan broj n vrijedi

$$\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \cdots + \frac{2^n}{1+x^{2^n}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{n+1}}{1-x^{2^{n+1}}}.$$

Zadatak 4 (20). Odredite sve polinome $p \in \mathbb{R}[x]$ koji zadovoljavaju

$$(x+2)p(x+3) - (x-1)p(x-3) = x(5x+1) - 6, \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

Zadatak 5 (20). Odredite sva rješenja jednadžbe $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12 = 0$. Neka je a najveće rješenje jednadžbe. Riješite $x^a = 1 + i$.