Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta i ukupno nosi 100 bodova od kojih 50 jest za prolaz uz uvjet da su barem dva zadatka cijela riješena. Ispit se predaje s papirom sa zadacima. Rezultati ispita bit će objavljeni na web stranici kolegija.

Zadatak 1 (10 + 10). Neka je p polinom n-tog stupnja takav da za svaki m prirodan broj, $m \leq n$, postoje polinomi q_m takvi da je $p(x) = q_m(x)x^m + r_m(x)$ i $q_m(x) = (-1)^m$. Ako svaki realan broj a različit od nule dijeli $p(a)$ odredite pod kojim će uvjetima 1 biti nultočka polinoma p.

Zadatak 2 (20). Neka su za svaki prirodan broj i dani skupovi

$$M_i = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 2^{2-2i})^2 \leq 2^{4-4i}\},$$

$$N_i = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + (y - 2^{1-2i})^2 \geq 2^{2-4i}\}.$$

Nadalje neka je n prirodan broj. Odredite izraz koji određuje površinu skupa

$$\bigcup_{i=1}^{n} (M_i \cap N_i).$$

Zadatak 3 (20). Pokažite da za svaki prirodan broj n vrijedi $\sum\limits_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$.

Zadatak 4 (20). Neka je $n \in \mathbb{N}$ te neka je na skupu $\mathbb{Z}^2$ definirana relacija ρ s

$$x \,\rho\, y \;\Leftrightarrow\; \cos x = \cos y.$$

Provjerite je li ρ relacija ekvivalencije te, ako je, odredite klasu elementa π.

Zadatak 5 (20). Zapišite funkciju $f(x) = 64x^4 - 112x^3 + 72x^2 - 20x + 2$ kao produkt polinoma prvog stupnja.