



### Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta i ukupno nosi 100 bodova od kojih 50 jest za prolaz uz uvjet da su barem dva zadatka cijela riješena. Ispit se predaje s papirom sa zadacima. Rezultati ispita bit će objavljeni na web stranici kolegija.

---

**Zadatak 1 (20).** Odredite najmanji prirodan broj  $m$  takav da metodom matematičke indukcije možete dokazati da vrijedi

$$n! < 2^{n-2}, \quad \forall n \geq m.$$

Za takav  $m$  dokažite tvrdnju.

**Zadatak 2 (20).** Neka je  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija, te  $A, B \subseteq \mathbb{R}$  skupovi. Pokažite da vrijedi

$$f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B).$$

Primjerom pokažite da ne vrijedi obrnuta inkluzija.

**Zadatak 3 (20).** Dana je funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \langle 0, 1 \rangle$  s

$$f(x) = \frac{1}{1 + 2^x}.$$

Koristeći  $f$  pokažite da je  $\mathbb{R}$  ekvipotentan intervalu  $\langle 0, 1 \rangle$ .

**Zadatak 4 (20).** Dana je relacija  $\rho$  na skupu  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  definirana s

$$x \rho y \Leftrightarrow 11 \mid 9x + 2y.$$

Provjerite je li ona refleksivna, simetrična, antisimetrična i tranzitivna.

**Zadatak 5 (20).** Zapišite polinom

$$p(x) = x^5 - 2x^4 + 10x^3 - 20x^2 + 9x - 18$$

kao produkt polinoma prvog stupnja.