Pravila

Pismeni ispit se piše 120 minuta te se predaje s papirom sa zadacima. Ispit nosi 100 bodova. Nije dozvoljena upotreba kalkulatora. Sve tvrdnje je potrebno obrazložiti.

Zadatak 1 (20). Neka je dan skup

$$S = \{(z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2 : z_1 + (1+i)z_2 = 0\}.$$

Provjerite je li taj skup potprostor vektorskog prostora $\mathbb{C}^2$ nad poljem $\mathbb{R}$ (uz standardno zbrajanje i množenje). Ako jeste, odredite mu bazu i dimenziju.

Zadatak 2 (20). Neka je $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ vektorski prostor matrica reda 2 nad $\mathbb{R}$ i neka je dana matrica

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Odredite sliku i jezgru operatora $\mathcal{F} : \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, zadanog s

$$\mathcal{F}(A) = AM - MA.$$

Zadatak 3 (20). Linearnom operatoru $\mathcal{A} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ u paru kanonskih baza pripada matrica

$$[A]_e^f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Odredite matricu $[A]_{e'}^{f'}$ ako je $e_1' = (1,1),\ e_2' = (1,0),\ f_1' = (1,1,0),\ f_2' = (1,1,1),\ f_3' = (1,0,1)$, te odredite $[Ax]^f$ i $[Ax]^{f'}$ za $x = (1,3)$.

Zadatak 4 (20). Neka su L, M potprostori od unitarnog prostora V. Dokažite da je

$$(L+M)^\perp = L^\perp \cap M^\perp.$$

Zadatak 5 (20). U pravokutnom koordinatnom sustavu $(O; e_1, e_2)$ odredite skup svih rješenja jednadžbe

$$5x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + 4\sqrt{2}x_1 + 8\sqrt{2}x_2 + 1 = 0.$$