

Pismeni ispit iz Matematike 1: 10.2.2022.

1. [15] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \cdots + n \cdot (n+1) \cdot (n+2) = \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}.$$

2. [20] Riješite jednadžbu $||x-1| - |x-2|| = 2$.

3. [15] Odredite domenu funkcije f

$$f(x) = \frac{\ln(3x^2 + 5x - 2)}{36 - x^2} - \frac{\cos(2x + 3) \cdot \sqrt{-2x^2 + x}}{x^3 - x^2 - 6x}.$$

4. [15] Odredite realan broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x^2}{\sin x \cos x}}, & x > 0 \\ e^{2x} - a, & x \leq 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijeloj domeni.

6. [20] Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti, te točke infleksije funkcije

$$f(x) = \frac{\ln x}{2x}.$$

7. [15] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte limes

$$(e^{\sin x})^{\frac{1}{x^2 - \sin x}}.$$