

Pismeni ispit iz Matematike 1: 13.6.2022.

1. [20] Metodom matematičke indukcije dokažite da za svaki prirodan broj n broj $10^n + 3 \cdot 4^{n+2} + 5$ djeljiv s 9.

2. Zadani su skupovi $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}$:

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x \geq 0\} \quad S_2 = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| - 1 \leq |x - 3|\}.$$

Odredite:

- a) [5] $\min S_1$ b) [5] $\max S_2$ c) [5] $\min(S_1 \cap S_2)$.

3. [15] Odredite domenu funkcije f

$$f(x) = \frac{\log_3(x+2)}{\sqrt[3]{x^2+x-2}} + \frac{1}{e^{2x}-1}.$$

4. [10] Odredite koeficijent uz x^9 u izrazu $(\sqrt[3]{x} + x^4)^5$.

5. Izračunajte sljedeće limese:

a) [10] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^x + 2x + 3x^2)}{\ln(e^{-x} + 4x + x^3)},$

b) [10] $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\cos 2x)^{\frac{1}{x^2}}.$

6. [20] Odredite intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije f zadane formulom $f(x) = x + 2 \ln \left(1 + \frac{1}{x}\right)$.