

**Pismeni ispit iz Matematike 1: 24.2.2022.**

1. [15] Metodom matematičke indukcije dokažite da je za svaki prirodan broj  $n$  broj  $4^{n+1} + n^3 - n + 2$  djeljiv s 6.
2. Zadani su skupovi  $S_1, S_2 \subset \mathbb{R}$ :

$$S_1 = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \geq 8\} \quad S_2 = \{x \in \mathbb{R} : \left| |3x - 1| - x \right| < 2\}.$$

Odredite:

- a) [5 bod.]  $\inf(S_1 \cap S_2)$
  - b) [5 bod.]  $\sup(S_1 \cap S_2)$
  - c) [5 bod.]  $\max(S_1 \cap S_2)$
  - d) [5 bod.]  $\min(S_1 \cap S_2)$
3. [20] Neka je  $f : D \rightarrow K$  realna funkcija realne varijable zadana s

$$f(x) = \ln \frac{1-x}{x+2}.$$

Odredite skupove  $D$  i  $K$  tako da funkcija  $f$  bude bijekcija, te odredite njenu inverznu funkciju.

4. [15] Odredite realan broj  $a$  tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2x+1}\right)^{\frac{3}{\ln(2x+1)}}, & x \neq 0 \\ a - e^x, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijeloj domeni.

6. [15] Izračunajte derivaciju funkcije  $f$  zadane formulom

$$f(x) = \ln \frac{\sqrt{\sin^2(3x) + \cos^3(2x)}}{x^2 + 3x + 5} \operatorname{tg}(e^{4x+e}).$$

7. [15] Odredite intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije  $f$  zadane formulom

$$f(x) = x^2 \sqrt{x} e.$$