

Drugi kolokvij iz Matematike 1: 1.2.2022.

1. Izračunajte sljedeće limese funkcija:

a) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 3}$ b) [10 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} x - \sin 2x}{x}$

2. [10 bod.] Odredite realan broj a tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-6}{x^2-4}, & x \neq 2 \\ x + a, & x = 2 \end{cases}$$

bude neprekidna na cijeloj domeni.

3. Zadani su funkcija $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ i točka $x_0 \in (a, b)$.

a) [5 bod.] Definirajte kada je f derivabilna u točki x_0 .

b) [5 bod.] Definirajte derivaciju funkcije f u točki x_0 .

4. Derivirajte sljedeće funkcije:

a) [5 bod.] $f(x) = \cos x \cdot (x^3 + 2x + \sin \pi)$ b) [5 bod.] $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 1)}{e^{2x}}$

c) [10 bod.] $f(x) = (2x - 1)^{3x+2}$

5. [10 bod] Iskazati Lagrangeov teorem srednje vrijednosti.

6. [15 bod] Odredite intervale monotonosti i lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = (x + 1)e^{-x}.$$

7. [10 bod] Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti te točke infleksije funkcije

$$f(x) = \frac{2}{x + 2}.$$

8. [10 bod] Primjenom L'Hospitalovog pravila izračunajte limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\cos 5x)^{\frac{1}{x^2}}$$