Zadatak 10. Dokažite nejednakost

$$\frac{1}{\sin^4 x} + \frac{1}{\cos^4 x} \geq 8,$$

ako je $\sin x \cos x \neq 0$.

Zadatak 11. Neka je trokut ABC pravokutan s pravim kutom u vrhu C. Neka su a i b duljine kateta, c duljina hipotenuze, a α i β kutovi tog trokuta. Dokažite da vrijedi nejednakost

$$\cos^2 \frac{\alpha - \beta}{2} \geq \frac{2ab}{c^2}.$$

Zadatak 12. Dokažite da za svaki $\alpha \in \mathbb{R}$ vrijedi nejednakost

$$7^7 \sin^4 \alpha \cos^{10} \alpha \leq 12500.$$

Zadatak 13. Dokažite da za svaki $x \in \mathbb{R}$ vrijedi

$$2^{\sin x} + 2^{\cos x} \geq 2^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}.$$

Zadatak 14. Neka su α i β šiljasti kutovi. Dokažite da vrijedi

$$\sqrt{\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} + \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} + 2} \geq 2.$$

Zadatak 15. Odredite vrijednost za $A \in \mathbf{R}$ u izrazu

$$\sin^2 x + \frac{1}{\sqrt{2} \sin x} \geq A,$$

za $x \in \langle 0, \frac{\pi}{2}]$.

Zadatak 16. Dokažite da za pravokutni trokut vrijedi

$$2r + c \geq 2\sqrt{ab},$$

gdje su a i b duljine kateta, c duljina hipotenuze, a r polumjer trokutu upisane kružnice.

Zadatak 17. Dokažite da za pravokutni trokut vrijedi

$$R + r \geq \sqrt{2P},$$

gdje su P površina trokuta, a R i r polumjeri trokutu opisane i upisane kružnice, redom.

Zadatak 18. Dokažite da za pravokutni trokut vrijedi

$$\frac{c(a+b)}{P} \geq 4\sqrt{2},$$

gdje su P površina trokuta, a i b duljine kateta i c duljina hipotenuze.

Zadatak 19. Dokažite da za svaki trokut vrijedi nejednakost

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 4P\sqrt{3},$$

gdje su a, b i c duljina stranica, a P površina trokuta.

Zadatak 20. Neka su a, b i c duljine stranica trokuta. Dokažite da vrijedi

$$\frac{a}{b+c-a} + \frac{b}{c+a-b} + \frac{c}{a+b-c} \geq 3.$$

Zadatak 21. Neka su a, b, c pozitivni realni brojevi takvi da vrijedi $a + b + c = 6$. Dokažite da vrijedi

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq 12.$$

Zadatak 22. Dokažite da vrijedi nejednakost

$$\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} < 14.$$

Zadatak 23. Neka su $x_i \in [0, 1]$, $i = 1, 2, \ldots n$, takvi da je $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$. Dokažite da tada vrijedi

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \geq \frac{1}{n}.$$

Zadatak 24. Neka su $x_i \in \mathbf{R}$, $i = 1, 2, \ldots n$, takvi da je $x_1 \cdot x_2 \cdots x_n = 1$. Dokažite da tada vrijedi

$$x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \geq n.$$

Zadatak 25. Neka su a, b, c duljine stranica trokuta ABC. Dokažite da vrijedi nejednakost

$$\frac{1}{3}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 \leq \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Zadatak 26. Neka su x_1, x_2, x_3, x_4 pozitivni realni brojevi takvi da vrijedi $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = x_4^2$. Dokažite da vrijedi

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq x_4\sqrt{3}.$$

Zadatak 27. Neka su $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pozitivni realni brojevi takvi da vrijedi $x_1 + x_2 + \cdots + x_n = 1$. Dokažite da vrijedi

$$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \cdots + \sqrt{x_n} \leq \sqrt{n}.$$

Zadatak 28. Neka su a, b, c, d pozitivni realni brojevi takvi da vrijedi $a + b + c > d$. Dokažite da vrijedi

$$(a + b + c)^2 - \frac{d^2}{3} > 2(ab + bc + ac).$$

Zadatak 29. Neka su a i b duljine kateta, a c duljina hipotenuze pravokutnog trokuta ABC. Dokažite da tada vrijedi nejednakost

$$a + b \leq c\sqrt{2}.$$

Zadatak 30. Dokažite da za svaki prirodni broj $n > 1$ vrijedi nejednakost

$$1 + \frac{1}{\sqrt[n]{2}} + \frac{1}{\sqrt[n]{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt[n]{n}} > \sqrt[n]{\frac{2n^n}{n+1}}.$$

Zadatak 31. Dokažite da za svaki prirodni broj n vrijedi nejednakost

$$n^n \leq (n!)^2.$$

Zadatak 32. Neka je O oplošje kvadra, a V njegov obujam. Dokažite da vrijedi

$$O^3 \geq 216V^2.$$

Zadatak 33. Dokažite da za prirodne brojeve $a_1, a_2, \ldots, a_n$ vrijedi nejednakost

$$\left(\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}\right)^{a_1+a_2+\cdots+a_n} \leq a_1^{a_1} a_2^{a_2} \cdots a_n^{a_n}.$$

Zadatak 34. Dokažite da za prirodne brojeve a, b, c vrijedi nejednakost

$$a^{\frac{a}{a+b+c}} \cdot b^{\frac{b}{a+b+c}} \cdot c^{\frac{c}{a+b+c}} \geq \frac{1}{3}(a+b+c).$$

Zadatak 35. Neka su $\alpha, \beta \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ i $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = 8$. Dokažite da tada vrijedi nejednakost

$$(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\beta)^2 + (\operatorname{tg}\beta + \operatorname{ctg}\alpha)^2 \geq \frac{289}{8}.$$