MathOS cup - 2. krug 2022./23.
Zadaci za 3. razred

Zadaci za 1 bod

Zadatak 1 *Ana ima po jedan magnet sa svakim od brojeva od* 1 *do* 10*. Od njih pravi razlomke tako da jedan magnet stavi kao brojnik, a drugi kao nazivnik. Od svih mogućih razlomaka koje može tako napraviti, koliko ih ima cjelobrojnu vrijednost?*

(a) 9 (b) 12 (c) 14 (d) 15 (e) 17 (f) 19

Rješenje: (e)

Zadatak 2 *Zaokružite slova ispred istinitih jednakosti:*

(a) $\log(ab) = \log a \log b$	*(e)* $a^{\log_{\frac{1}{a}} b} = \frac{1}{b}$
(b) $\ln(\frac{1}{a}) = -\frac{1}{\ln a}$	*(f)* $(\log a)(\log b) = \log(a+b)$
(c) $\log a + \log b = \log(ab)$	*(g)* $\log_a a^a = a$
(d) $(\ln a)^k = k \ln a$	*(h)* $\log_{\sqrt{a}} a^k = \frac{k}{2}$

Rješenje: (c), (e), (g).

Zadatak 3 *Mooreov zakon kaže da se broj tranzistora u čipovima udvostručuje otprilike svake dvije godine. Odredite parametar k tako da funkcija $f(t) = A_0 e^{kt}$ opisuje navedenu zakonitost.*

(a) $\ln 2$ (b) 2 (c) $\frac{\ln 2}{2}$ (d) $\log 2$ (e) $2\ln 2$ (f) $\frac{\log 2}{2}$

Rješenje: (c)

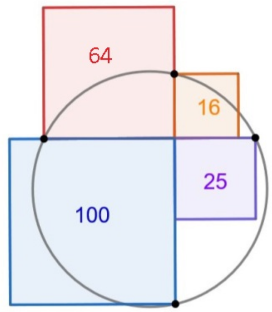
Zadatak 4 *Točke $A(2,-1)$, $B(3,5)$ i $C(8,-1)$ vrhovi su trokuta $\triangle ABC$. Odredite vektor težišnice iz vrha B.*

Odgovor: (a) $2\vec{i} - 6\vec{j}$ (b) $2\vec{i} + 5\vec{j}$ (c) $6\vec{i} - 2\vec{j}$ (d) $8\vec{i} + 4\vec{j}$ (e) $-2\vec{i} + 6\vec{j}$ (f) $8\vec{i} + 5\vec{j}$

Rješenje: (a)

Zadaci za 2 boda

Zadatak 5 *Odredite površinu kruga sa slike ako su dane površine kvadrata.*



(a) 35.25π (b) 41.45π (c) 45.32π (d) 51.25π (e) 53.45π (f) 58.25π

Rješenje: (d)

Zadatak 6 *Odredite broj rješenja jednadžbe* $\sin(2x) = |2 - x| - 4$.

(a) 0 (b) 1 (c) 2 (d) 3 (e) 4 (f) 5

Rješenje: (e)

Zadatak 7 *Ana, Borna, Cvijeta, Dino i Ema u autobusu žele sjesti u zadnji red koji ima pet sjedala. Ana ne želi sjesti ni pored Borne ni Cvijete. Dino ne želi sjesti pored Eme. Na koliko različitih načina mogu sjesti u zadnji red pod tim uvjetima?*

(a) 6 (b) 12 (c) 26 (d) 28 (e) 36 (f) 56

Rješenje: (d)

Zadaci za 3 boda

Zadatak 8 *Mala kazaljka na satu u predavaonici na Odjelu za matematiku duga je* 15 cm*. Središte sata nalazi se na visini* 3 m *od poda. Pomoću funkcije*

$$h(t) = A\cos(Bt + C) + D$$

opišite udaljenost vrha kazaljke od tla u ovisnosti o vremenu. Neka je početni trenutak $t = 0$ *u* 10 *sati. Vrijeme se mjeri u minutama, a udaljenost u metrima.*

Rješenje: $h(t) = 0.15\cos(\frac{\pi}{360}t - \pi/3) + 3$

Zadatak 9 *Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom* A *čije su koordinate rješenje jednadžbe*

$$2^{3x-1} \cdot 3^{y+1} = 1944$$

i točkom B *čije su koordinate rješenje jednadžbe*

$$\sqrt{4x - y^2} - \sqrt{y + 2} = \sqrt{4x^2 + y}.$$

Rješenje: $A(4/3, 4)$, $B(1/2, -1)$, $p...y = 6x - 4$

Zadatak za 4 boda

Zadatak 10 *Tim znanstvenika u Egiptu otkrio je novu, dotad nepoznatu piramidu koju je nazvao MathOS piramida. Precizna mjerenja pokazala su da se radi o pravilnoj četverostranoj piramidi kod koje se duljine osnovnog i bočnog brida odnose kao* $6 : 5$. *Koliki kut zatvaraju susjedne pobočke MathOS piramide?*

Rješenje: $124^\circ 13' 44''$