MathOS cup - 2. krug 2022./23.
Zadaci za 4. razred

Zadaci za 1 bod

Zadatak 1 *Ovaj zadatak višestrukog izbora ima najmanje jedan točan odgovor. Ako jedan odgovor izaberete slučajnim izborom, kolika je vjerojatnost da je izabrani odgovor netočan?*

(a) $\frac{1}{2}$ *(b)* 0.75 *(c)* $\frac{1}{4}$ *(d)* 0.25 *(e)* $\frac{3}{4}$ *(f)* 0.5 *(g)*$\frac{1}{8}$ *(h)* 0.125

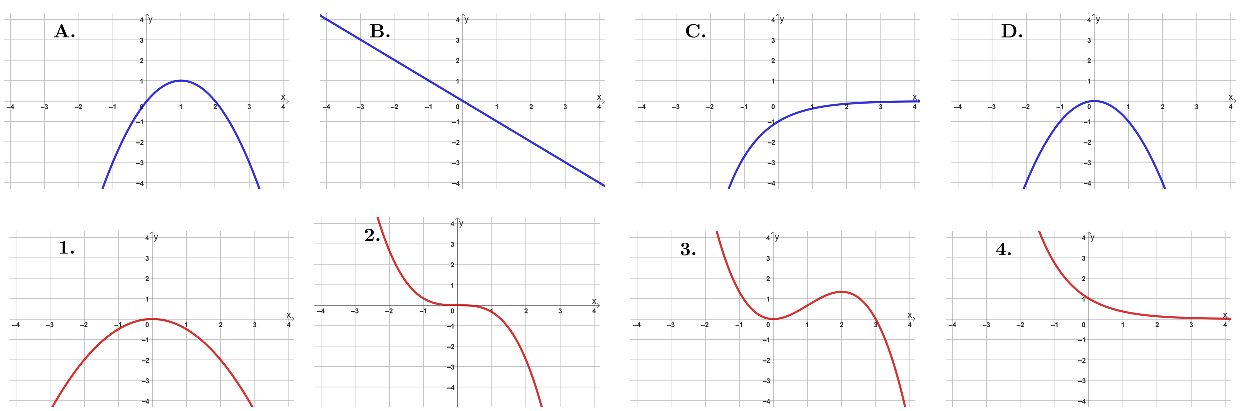
Rješenje: 3/4 odnosno (b) i (e)

Zadatak 2 *Počevši od četrdesete godine, prosječan nastavnik matematike svake godine trajno izgubi* 5 % *svoje kose. U kojoj će dobi nastavnik izgubiti polovicu svoje kose?*

(a) 47.7 (b) 50 (c) 53.5 (d) 56 (e) 59.5 (f) 62

Rješenje: (c)

Zadatak 3 *Povežite prikazane grafove funkcija (1., 2., 3., 4.) s grafovima derivacija tih funkcija (A., B., C., D.). Odgovore upišite u tablicu.*



Odgovor:

1.	
2.	
3.	
4.	

Rješenje: 1. i B., 2. i D., 3. i A, 4. i C.

Zadatak 4 *Organizatori MathOS cupa pripremili su 21 simboličan poklon za maturante koji su sudionici drugog kruga natjecanja. Ako su kupili 15 vrećica bombona, 3 kutije keksa i 3 čokolade, na koliko ih načina mogu rasporediti među sudionicima tako da svaki sudionik dobije točno jedan poklon?*

(a) 203 490 (b) 813 960 (c) 1 085 280 (d) 2 225 320 (e) 3 654 200 (f) 4 069 800

Rješenje: (c)

Zadaci za 2 boda

Zadatak 5 *Neka je S skup svih točaka (x, y) u ravnini takvih da su dva od tri izraza:*

$$x + 2, \quad y - 4, \quad 3$$

međusobno jednaka, a treći izraz nije veći od te zajedničke vrijednosti. Koja od sljedećih rečenica najbolje opisuje S?
(a) Jednočlan skup.
(b) Dva pravca koji se sijeku.
(c) Tri pravca.
(d) Trokut.
(e) Dva polupravca sa zajedničkom početnom točkom.
(f) Tri polupravca sa zajedničkom početnom točkom.
(g) Tri polupravca bez zajedničkih točaka.

Rješenje: (f).

Zadatak 6 *Odredite najveću vertikalnu udaljenost između pravca $y = x + 2$ i parabole $y = x^2$ na segmentu $[-1, 2]$.*

(a) $\frac{9}{2}$ (b) $\frac{9}{4}$ (c) $\frac{9}{5}$ (d) $\frac{10}{3}$ (e) $\frac{5}{2}$ (f) $\frac{5}{3}$

Rješenje: (b)

Zadatak 7 *Neka su funkcije f i g zadane formulama $f(x) = x^2 - x + 1$ i $g(x) = x + d$. Za koji $d \in \mathbb{R}$ je zbroj nultočaka polinoma $f \circ g$ jednak 5?*

(a) $d = -6$ (b) $d = -5$ (c) $d = -4$ (d) $d = -3$ (e) $d = -2$ (f) $d = -1$

Rješenje: (e)

Zadaci za 3 boda

Zadatak 8 *Neka je $z_n = \sin\frac{2n\pi}{7} - i\cos\frac{2n\pi}{7}$, gdje je n prirodan broj. Odredite $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 \cdot z_4 \cdot z_5 \cdot z_6$.*

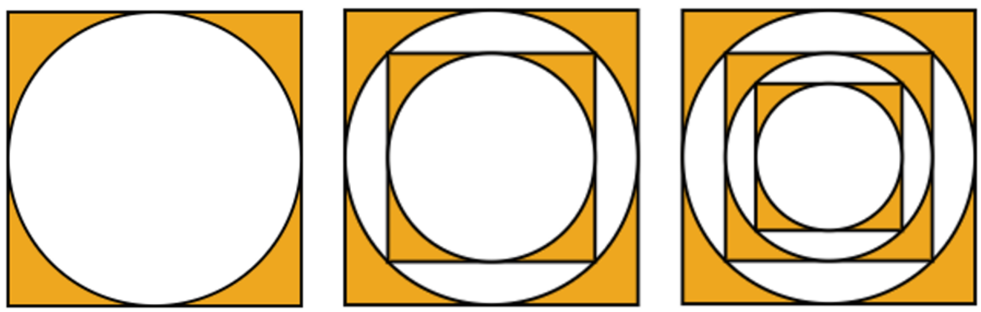
Rješenje: -1

Zadatak 9 *Odredite duljinu osnovice a i visinu v jednakokračnog trokuta najveće površine, koji se može upisati u kružnicu radijusa r.*

Rješenje: $a = \sqrt{3}r$, $v = 3r/2$.

Zadatak za 4 boda

Zadatak 10 *U kvadrat duljine stranice* 2*, Ivan je upisao kružnicu te obojio dio kvadrata izvan kruga (vidi sliku - korak 1). Dalje je nastavio postupak tako da je unutar kružnice upisao kvadrat pa unutar kvadrata kružnicu te opet obojio dio između njih (vidi sliku - korak 2). Nastavio je ponavljati isti postupak. Koliko iznosi ukupna površina koju je Ivan obojio u prvih 50 koraka?*



korak 1 *korak 2* *korak 3*

Rješenje: $P = (4-\pi)\dfrac{2^{50}-1}{2^{49}}$