

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina A

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^3 + \sqrt{n^5 + 2n^2 + 3}}{5n^2 - n + \sqrt{4n^6 + 3n^3 + n}} \right)^2$,

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{5n+1} + \sqrt{n+2})$.

2. Odredite sljedeće limese funkcija:

a) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 3x}$,

b) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x^3 + x}{x} \right)^{\frac{4}{x^2}}$.

3. a) [10 bod] Neka je pravac $y = kx + l$ desna kosa asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Kako se računaju koeficijenti k i l desne kose asimptote?

b) [10 bod] Krivulja $f(x) = \frac{x+a}{2bx+c}$ prolazi točkom $T = (0, 1)$, ima vertikalnu asimptotu $x = 1$ i horizontalnu asimptotu $y = \frac{1}{2}$. Odredite parametre a, b i c .

4. [10 bod] Odredite točke prekida funkcije

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x-3}{x+3}, & x < -3 \\ 2x+3, & x \geq -3. \end{cases}$$

5. a) [10 bod] Primjenom definicije derivacije ispitajte derivabilnost funkcije $f(x) = x^2 - 3x + 8$ u proizvoljnoj točki $x_0 \in \mathbb{R}$.

b) [10 bod] Zadana je funkcija $f(x) = 3x^5 + 3\sqrt[3]{x^2} + (2x+1)^3$. Odredite f' i $f^{(3)}$.

6. [10 bod] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \ln 3x$ u točki $T = (\frac{e}{3}, 1)$.

7. [10 bod] Odredite intervale monotonosti funkcije

$$f(x) = -x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 6x + 10.$$

8. [10 bod] Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ tri puta derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Kada za točku $x_0 \in \langle a, b \rangle$ kažemo da je točka infleksije?

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina B

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2 + 5n + \sqrt{n^6 + 4}}{5n^3 + n^2 + \sqrt{n + 4}} \right)^3$,

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n + 1} - \sqrt{n + 2})$.

2. Odredite sljedeće limese funkcija:

a) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 5x}$,

b) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x + 3x^3}{2x} \right)^{\frac{2}{x^2}}$.

3. a) [10 bod] Neka je pravac $y = kx + l$ lijeva kosa asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Kako se računaju koeficijenti k i l lijeve kose asimptote?

b) [10 bod] Krivulja $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$ prolazi točkom $T = (-1, -1)$, ima vertikalnu asimptotu $x = -2$ i horizontalnu asimptotu $y = 2$. Odredite parametre a, b i c .

4. [10 bod] Odredite točke prekida funkcije

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4}, & x \neq 4 \\ 2x + 1, & x = 4. \end{cases}$$

5. a) [10 bod] Primjenom definicije derivacije ispitajte derivabilnost funkcije $f(x) = -x^2 + x + 1$ u proizvoljnoj točki $x_0 \in \mathbb{R}$.

b) [10 bod] Zadana je funkcija $f(x) = 2x^4 + 2\sqrt[5]{x} + \sin(2x + 1)$. Odredite f' i $f^{(3)}$.

6. [10 bod] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = e^{3x+1}$ u točki $T = (0, e)$.

7. [10 bod] Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 18x + 20.$$

8. [10 bod] Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ dva puta derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Kada je funkcija f konveksna, a kada konkavna na $\langle a, b \rangle$?

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina C

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^4 + 2n + 3} + n^2}{2n^2 + n + \sqrt{n^3 + 2n + 1}} \right)^2$,

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n - 1} + \sqrt{3n + 1})$.

2. Odredite sljedeće limese funkcija:

a) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 7x}$,

b) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x^5 + x^2}{x^2} \right)^{\frac{2}{x^3}}$.

3. a) [10 bod] Neka je pravac $y = kx + l$ desna kosa asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Kako se računaju koeficijenti k i l desne kose asimptote?

b) [10 bod] Krivulja $f(x) = \frac{ax+b}{2x+c}$ prolazi točkom $T = (1, -2)$, ima vertikalnu asimptotu $x = -2$ i horizontalnu asimptotu $y = 2$. Odredite parametre a , b i c .

4. [10 bod] Odredite točke prekida funkcije

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2, & x \geq -2 \\ \frac{x^2 - x - 6}{x + 2}, & x < -2. \end{cases}$$

5. a) [10 bod] Primjenom definicije derivacije ispitajte derivabilnost funkcije $f(x) = x^2 + 2x + 7$ u proizvoljnoj točki $x_0 \in \mathbb{R}$.

b) [10 bod] Zadana je funkcija $f(x) = 2x^6 + 3\sqrt{x^3} + (2x + 1)^4$. Odredite f' i $f^{(3)}$.

6. [10 bod] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = \ln 2x$ u točki $T = (\frac{e}{2}, 1)$.

7. [10 bod] Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije

$$f(x) = x^3 - x^2 - 6x + 15.$$

8. [10 bod] Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ dva puta derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Kada funkcija f postiže u točki $x_0 \in \langle a, b \rangle$ lokalni minimum, a kada lokalni maksimum?

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina D

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^8 + 2n^5 + 3n} - 2n^4}{n^4 + n^3 + 2n + \sqrt{n^3 + 2n + 3}} \right)^3,$

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n + 3} - \sqrt{4n - 1}).$

2. Odredite sljedeće limese funkcija:

a) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x},$

b) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 2x^6}{x^2} \right)^{\frac{5}{x^4}}.$

3. a) [10 bod] Neka je pravac $y = kx + l$ lijeva kosa asimptota funkcije $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Kako se računaju koeficijenti k i l lijeve kose asimptote?

b) [10 bod] Krivulja $f(x) = \frac{ax+b}{2cx+4}$ prolazi točkom $T = (2, -1)$, ima vertikalnu asimptotu $x = -2$ i horizontalnu asimptotu $y = 1$. Odredite parametre a, b i c .

4. [10 bod] Odredite točke prekida funkcije

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}, & x > 1. \end{cases}$$

5. a) [10 bod] Primjenom definicije derivacije ispitajte derivabilnost funkcije $f(x) = x^2 + 2x - 1$ u proizvoljnoj točki $x_0 \in \mathbb{R}$.

b) [10 bod] Zadana je funkcija $f(x) = 4x^5 + 2\sqrt[5]{x^3} + \cos(3x + 2)$. Odredite f' i $f^{(3)}$.

6. [10 bod] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije $f(x) = e^{2x+3}$ u točki $T = (-1, e)$.

7. [10 bod] Odredite točke infleksije funkcije

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 6x + 20.$$

8. [10 bod] Neka je $f : \langle a, b \rangle \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna na $\langle a, b \rangle$. Kada je funkcija f monotono rastuća, a kada monotono padajuća na $\langle a, b \rangle$?