

**Pismeni ispit iz Matematike**  
Ak. god. 2017./2018.

**Zadatak 1** Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki  $n \in \mathbb{N}$  vrijedi:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{3}{27} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3}{4} - \frac{2n+3}{4 \cdot 3^n}.$$

**Zadatak 2** Odredite realan broj  $\alpha$  tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin^3 5x}, & x \neq 0 \\ \cos^2 5x + 3x^2 + 10\alpha, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na svojoj cijeloj domeni.

**Zadatak 3**

- a) Odredite vektor  $\vec{v}$  okomit na  $x$ -os koji s vektorom  $\vec{a} = (\sqrt{2}, 1, 1)$  zatvara kut od  $45^\circ$  i za koji je  $\vec{a} \cdot \vec{v} = 4$ .
- b) Izračunajte  $\|2\vec{a} \times \vec{v}\|$ .

**Zadatak 4**

- a) Odredite jednadžbu ravnine  $\Pi$  koja je paralelna s vektorom  $\vec{s} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  i koja  $x$ -os siječe u točki  $T_1 = (1, 0, 0)$ , a  $y$ -os u točki  $T_2 = (0, 2, 0)$ .
- b) Odredite jednadžbu pravca  $p$  koji je okomit na vektor  $\vec{s}$ , leži u ravnini  $\Pi$  i prolazi kroz točku  $T = (1, 1, 1)$ .

**Zadatak 5** Odredite intervale monotonosti te točke lokalnih ekstrema funkcije:

$$f(x) = \frac{e^{\frac{x^2}{2}}}{x}.$$