

Pismeni ispit iz Matematike
Ak. god. 2017./2018.

Zadatak 1 Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:

$$5 + 8 + 11 + \dots + (3n + 2) = \frac{1}{2}n(3n + 7).$$

Zadatak 2 Riješite sljedeće jednadžbe:

a) $\frac{x+1}{2x^2 - 3x} - \frac{4x+1}{4x^2 + 6x} = \frac{10}{4x^2 - 9},$

b) $\sin^2 x - 8 \sin x \cos x + 7 \cos^2 x = 0.$

Zadatak 3 Odredite realan broj α tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln 2(2x+1) - \ln 2}{x^2 + \alpha}, & x \neq 0 \\ x, & x = 0 \end{cases}$$

bude neprekidna na svojoj cijeloj domeni.

Zadatak 4

a) Odredite jednadžbu ravnine Π koja je paralelna s ravninom $2x - 3y - z + 10 = 0$ i u kojoj leži pravac $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-2}{3}$.

b) Izračunajte udaljenost točke $T(0, -1, 1)$ od ravnine Π iz a) dijela zadatka.

Zadatak 5 Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti funkcije:

$$f(x) = \frac{3}{1 + 2e^{-2x}}.$$