

2. kolokvij iz Matematike
Ak. god. 2017./2018.

Zadatak 1 (3+3+4 bod) Dovršite rečenice da dobijete svojstva determinanti

- i) ako dva stupca determinante promijene mjesta, _____
ii) determinantu množimo brojem tako da _____
iii) ako su redci determinante linearno zavisni, _____

Zadatak 2 (5+5)

- i) Koristeći mješoviti produkt objasnite kada su vektori $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ komplanarni.
ii) Na primjeru ilustrirajte tvrdnju navedenu pod i).

Zadatak 3 (7+8 bod) Dani su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{x}, \vec{y} \in X_0(E)$ takvi da je $\vec{a} = \vec{x} + \vec{y}, \vec{b} = \vec{x} - 2\vec{y}, \|\vec{x}\| = 1$ i $\|\vec{y}\| = 1$. Ako kut između \vec{x} i \vec{y} iznosi 60° izračunajte:

- a) $\vec{a} \cdot \vec{b}$,
b) $\|\vec{a} \times \vec{b}\|$.

Zadatak 4 (15 bod) Primjenom Cramerovog pravila riješite sljedeći sustav jednadžbi:

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 - x_3 &= 1 \\x_1 + 2x_2 + x_3 &= 1 \\3x_1 + x_2 + 2x_3 &= 6\end{aligned}$$

Zadatak 5 (10+5 bod)

- a) Odredite jednadžbu ravnine Π koja je okomita na ravninu $2x + y - z + 5 = 0$ i u kojoj leži pravac $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{1}$.
b) Izračunajte udaljenost točke $T(-2, 1, 0)$ od ravnine Π iz a) dijela zadatka.

Zadatak 6 (15 bod) Odredite jednadžbu pravca koji prolazi sjecištem pravaca

$$p_1 \quad \dots \quad \begin{cases} x = 3 + 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 7 + 4\lambda \end{cases} \quad i \quad p_2 \quad \dots \quad \begin{cases} x = -5 + 3\lambda \\ y = -2 + 2\lambda \\ z = -11 + 7\lambda \end{cases}$$

i koji je paralelan s pravcem $q \quad \dots \quad \frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{1}$.

Zadatak 7 (10+10 bod)

- a) Odredite derivaciju funkcije $f(x) = (x+5)^{3x+2}$.
b) Odredite točke lokalnih ekstrema funkcije $g(x) = xe^{-\frac{x^2}{2}}$.

2. kolokvij iz Matematike
Ak. god. 2017./2018.

Zadatak 1 (3+3+4 bod) Dovršite rečenice da dobijete svojstva determinanti

i) ako dva retka determinante promijene mjesta, _____

ii) determinantu množimo s brojem tako da _____

iii) ako su stupci determinante linearno zavisni, _____

Zadatak 2 (5+5 bod)

i) Koristeći vektorski produkt objasnite kada su nenul vektori vektori \vec{a}_1, \vec{a}_2 kolinearni.

ii) Na primjeru ilustrirajte tvrdnju navedenu pod i).

Zadatak 3 (7+8 bod) Dani su vektori $\vec{x}, \vec{y}, \vec{c}, \vec{d} \in X_0(E)$ takvi da je $\vec{x} = 2\vec{c} + \vec{d}$, $\vec{y} = \vec{c} - \vec{d}$, $\|\vec{c}\| = 1$ i $\|\vec{d}\| = 1$. Ako kut između \vec{c} i \vec{d} iznosi 30° izračunajte:

a) $\vec{x} \cdot \vec{y}$,

b) $\|\vec{x} \times \vec{y}\|$.

Zadatak 4 (15 bod) Primjenom Cramerovog pravila riješite sljedeći sustav jednadžbi:

$$3x_1 - x_2 + x_3 = -1$$

$$x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 7$$

$$x_1 + x_2 - x_3 = -3$$

Zadatak 5 (10+5 bod)

a) Odredite jednadžbu ravnine Π koja je okomita na ravninu $x + 2y + z - 2 = 0$ i u kojoj leži pravac

$$\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{2}.$$

b) Izračunajte udaljenost točke $T(1, 1, -1)$ od ravnine Π iz a) dijela zadatka.

Zadatak 6 (15 bod) Odredite jednadžbu pravca koji prolazi sjecištem pravaca

$$p_1 \quad \dots \quad \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + 3\lambda \\ z = -5 + \lambda \end{cases} \quad i \quad p_2 \quad \dots \quad \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = -3 + 2\lambda \\ z = 4 - 2\lambda \end{cases}$$

i koji je paralelan s pravcem $q \quad \dots \quad \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

Zadatak 7 (10+10 bod)

a) Odredite derivaciju funkcije $f(x) = (2x + 1)^{x+3}$.

b) Odredite točke lokalnih ekstrema funkcije $g(x) = x^2 e^{-x}$.