

1. kolokvij iz Matematike
Ak. god. 2018./2019.

Zadatak 1 (15 bod) Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:

$$5 \mid 6^n - 1.$$

Zadatak 2 (15+15 bod)

a) Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\frac{2x}{5x+10}} - 5 \log_3(-x^2 - x + 6)$.

b) Dane su funkcije $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ i $g(x) = x-1$. Odredite kompoziciju $f \circ g$ i njezin inverz.

Zadatak 3 (10+10 bod) Riješite sljedeće jednadžbe:

a) $\log(2x+3) + \log 3 = \log(2-x) + \log(x+2)$,

b) $2 \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$.

Zadatak 4 (15 bod) Odredite realan broj α tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 6x}{\sin 3x}, & x < 0 \\ 5x^2 + 3x + 2\alpha, & x \geq 0 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 0$.

Zadatak 5 (7+13 bod)

a) Ispitajte linearnu nezavisnost vektora $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

b) Prikažite vektor $\vec{r} = 3\vec{i} - \vec{j} - 5\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{p} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ i $\vec{q} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ te izračunajte 1-normu, 2-normu i ∞ -normu vektora \vec{r} .

1. kolokvij iz Matematike
Ak. god. 2018./2019.

Zadatak 1 (15 bod) Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:

$$2 \mid 3^n - 1.$$

Zadatak 2 (15+15 bod)

a) Odredite domenu funkcije $g(x) = \log_4 \left(\frac{3x-6}{4x} \right) + \sqrt{-x^2 + 3x + 4}$.

b) Dane su funkcije $f(x) = x + 2$ i $g(x) = \frac{x+1}{3x-2}$. Odredite kompoziciju $g \circ f$ i njezin inverz.

Zadatak 3 (10+10 bod) Riješite sljedeće jednadžbe:

a) $\log(x+2) + \log(2-x) = \log 6 + \log(x+2)$,

b) $2 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 1$.

Zadatak 4 (15 bod) Odredite realan broj α tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5x + 2\alpha, & x \leq 0 \\ \frac{\sin 6x}{\sin 2x}, & x > 0 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 0$.

Zadatak 5 (7+13 bod)

a) Ispitajte linearnu nezavisnost vektora $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$.

b) Prikažite vektor $\vec{r} = \vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{p} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ i $\vec{q} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ te izračunajte 1-normu, 2-normu i ∞ -normu vektora \vec{r} .